

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



www.egza.tk

نام درس: آشنایی با نظریه صف بندی
 رشته تحصیلی: گرایش آمار
 کد درس: ۲۵۰۲۳۹

تعداد سؤالات: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۲
 زمان امتحان: تشریحی و تکمیلی ۷۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
 تعداد کل صفحات: ۳

۱۶, ۴, ۸
۱۶

ماشین حساب مجاز است:

۱. نظم صفی که متقاضی با بیشترین امتیاز بدون توجه به زمان ورودش به سیستم بلافاصله سرویس می شود چه نام دارد؟
 الف. FIFO ب. LIFO ج. PR د. SIRO

۲. سیستم صف بندی $M/G/1/K$ دارای کدام ویژگی زیر است؟
 الف. فواصل زمانی مراجعات دارای توزیع دلخواه است
 ب. توزیع زمان سرویس دارای توزیع نمایی است.
 ج. نظم صف براساس روش FIFO است.
 د. ظرفیت سیستم نامحدود است.

۳. در سیستم صف بندی $D/D/1/4$ یا $\lambda = \frac{1}{4}$, $\mu = 8$ زمان انتظار در صف نهمین متقاضی چیست؟
 الف. ۳۲ ب. ۲۴ ج. ۴۰ د. ۲۰

۴. در سیستم صف بندی قطعی $D/D/1$ با $\frac{1}{\lambda} = 4$, $\frac{1}{\mu} = 6$ که در زمان صفر یک گروه $M = 5$ نفری حضور دارند، زمان انتظار در صف چهارمین متقاضی جدید است؟
 الف. ۳۲ ب. ۲۴ ج. ۲۸ د. ۴۰

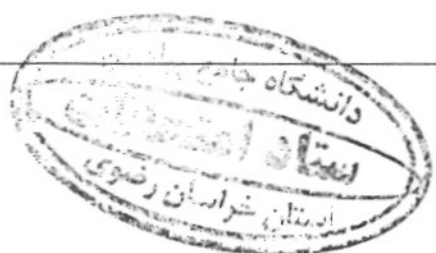
۵. در سؤال شماره (۴) متوسط زمان انتظار در صف متقاضیان اولیه کدام است؟
 الف. ۱۲ ب. ۲۴ ج. ۱۴ د. ۸

۶. اگر تنها یک پیشامد X_1 از فرآیند پواسن $N(t)$ تا زمان t رخ داده باشد، توزیع زمان وقوع پیشامد X_1 در فاصله $[0, t]$ چیست؟
 الف. پواسن ب. یکنواخت ج. هندسی د. گاما

۷. اگر $N(t) | \lambda = \lambda$ دارای توزیع پواسن با پارامتر $\lambda, \lambda t$ متغیری تصادفی دارای توزیع گاما با پارامترهای $\beta = \frac{1}{h}$, $\alpha = k$ باشد، توزیع $N(t)$ چیست؟
 الف. پواسن ب. هندسی ج. گاما د. دو جمله ای منفی

۸. اگر تعداد تصادفهای ناحیه ای بطور متوسط، ۲ فقره در روز و X_i بیانگر تعداد افراد مجروح شده در تصادف i ام با توزیع هندسی بفرم $p(X=x) = \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^x$ ($x = 0, 1, 2, \dots$) باشد، آنگاه واریانس تعداد افراد مجروح شده در تصادفهای یک هفته ای آن ناحیه چیست؟
 الف. ۴۰۱ ب. ۴۱۰ ج. ۱۰۴ د. ۱۴۰

۹. فرض کنید که مراجعات به باجه ای در مدل صف بندی $M/M/1$ بطور متوسط ۸ نفر در ساعت و مدت زمان سرویس هر متقاضی متغیری تصادفی با توزیع نمایی با میانگین ۶ دقیقه باشد، واریانس تعداد افراد در سیستم چیست؟
 الف. ۲ ب. ۲۰ ج. ۰/۲ د. ۰/۰۲



نام درس: آشنایی با نظریه صف بندی

تعداد سوالات: فنی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۲

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

زمان امتحان: فنی و تکمیلی ۷۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۵۰۲۳۹

تعداد کل صفحات: ۳

۱۰. در مدل صف بندی $M/M/3$ با $\mu = 6, \lambda = 4$ احتمال وجود حداقل یک نفر در سیستم چقدر است؟

- الف. $\frac{36}{123}$ ب. $\frac{60}{123}$ ج. $\frac{36}{123}$ د. $\frac{36}{132}$

۱۱. در سؤال شماره (۱۰) احتمال طرد متقاضی برابر است با:

- الف. $\frac{82}{1107}$ ب. $\frac{82}{1017}$ ج. $\frac{28}{1107}$ د. $\frac{28}{1017}$

۱۲. فاصله زمانی که با مراجعه متقاضی به یک باجه بیکار در زمان صفر شروع و وقتی باجه دو مرتبه بیکار می شود، خاتمه می یابد، چه نام دارد؟

- الف. نرخ ورود ب. نرخ سرویس ج. نظم صف د. دوره اشغال

۱۳. در مدل صف بندی $M/M/\infty$ توزیع تعداد افراد در سیستم چیست؟

- الف. هندسی ب. دو جمله ای ج. پواسن د. دو جمله ای نامنق

۱۴. در مدل صف بندی $M/M/3/4$ با $\mu = 2, \lambda = 4$ ریاضی تعداد متقاضیان در سیستم چیست؟

- الف. $\frac{9}{65}$ ب. $\frac{56}{65}$ ج. $\frac{8}{65}$ د. $\frac{7}{65}$

۱۵. در سؤال شماره (۱۴) امید ریاضی تعداد متقاضیان در صف چیست؟

- الف. $\frac{9}{65}$ ب. $\frac{56}{65}$ ج. $\frac{8}{65}$ د. $\frac{7}{65}$

۱۶. در کدام سیستم صف بندی زیر، سرویس گروهی براساس خط مشی خاصی انجام می شود؟

- الف. $M/M/c/M$ ب. $M/M/c/k$ ج. $M^{(x)}/M/1$ د. $M/M^{a,b}/1$

۱۷. در سیستم صف بندی $M^{(x)}/M/1$ اگر تعداد افراد متشکل در هر گروه ثابت و برابر K باشد آنگاه متوسط تعداد افراد در سیستم کدامست؟ (P شدت ترافیک)

- الف. $\frac{(k-1)P}{2(1-p)}$ ب. $\frac{(k-1)P}{2(1+p)}$ ج. $\frac{(k+1)P}{2(1-p)}$ د. $\frac{(k+1)P^2}{2(1-p)}$

۱۸. اگر $M/M^{3,3}/1$ یک سیستم صف بندی با $r = \frac{2}{3}$ باشد، احتمال وجود حداکثر ۲ متقاضی در سیستم چقدر است؟

- الف. $\frac{19}{27}$ ب. $\frac{1}{9}$ ج. $\frac{34}{81}$ د. $\frac{43}{81}$

۱۹. در سؤال شماره (۱۸) با فرض $\mu = 2, \lambda = 8$ متوسط تعداد متقاضیان در سیستم برابر است با:

- الف. $\frac{540}{81}$ ب. $\frac{593}{18}$ ج. $\frac{593}{81}$ د. $\frac{540}{18}$



نام درس: آشنایی با نظریه صف بندی

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۲۳۹

۸۸/۱۱/۲
۸۲۰

www.agza.tk

تعداد سوال: نسی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نسی تشریحی ۶۰ نسی

تعداد کل صفحات: ۳

* استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. در سیستم صف بندی قطعی $D/D/1/4$ با $\frac{1}{\lambda} = 4$, $\frac{1}{\mu} = 6$ چندمین متقاضی مراجعه کننده به سیستم برای اولین بار

از سیستم طرد می شود؟

- الف. ۴۴ ب. ۱۱ ج. ۴۰ د. ۱۰

۲. در سیستم صف بندی قطعی $D/D/1$ با $\frac{1}{\lambda} = 5$, $\frac{1}{\mu} = \frac{8}{3}$ اگر در زمان صفر یک گروه ۱۵ نفری در سیستم حضور

داشته باشند، متوسط زمان انتظار در صف با ۱۵ متقاضی اولیه برابر است با:

- الف. ۱۷/۸۶ ب. ۱۸/۶۷ ج. ۱۸/۷۶ د. ۱۷/۶۸

۳. در سؤال شماره ۲ زمان انتظار در صف پانزدهمین و هفدهمین متقاضی جدید عبارتند از:

- الف. ۲/۳۳ و ۰ ب. ۲/۳۳ و ۲/۳۳ ج. ۲۳/۳ و ۰ د. ۳/۲۳ و ۰

۴. فواصل زمانی پیشامدها دارای کدام ویژگی زیرند؟

الف. متغیرهایی مستقل اند. ب. متغیرهایی هم توزیعند.

ج. متغیرهایی با توزیع نمایی اند. د. هر سه مورد

۵. اگر $N(t)$ تعداد پیشامدها در فاصله زمانی بطول t و W_n زمان انتظار وقوع n امین پیشامد باشد، آنگاه

$P(N(t) < n)$ برابر است با:

الف. $P(W_n < t)$ ب. $P(W_n < t+1)$ ج. $P(W_n > t)$ د. $P(W_n > t+1)$

۶. اگر $N(t)$ تعداد پیشامدها در فاصله زمانی بطول t و $N(t) | \lambda = \lambda$ دارای توزیع پواسن با پارامتر λt و λ متغیر

تصادفی با چگالی گاما بفرم $f(\lambda) = C \lambda^{k-1} e^{-\lambda h}$, $\lambda > 0$, C عدد ثابت) باشند، توزیع $N(t)$ چه نام دارد؟

الف. پواسن ب. هندسی ج. دو جمله‌ای منفی د. دو جمله‌ای

۷. فرض کنید بطور متوسط ۴ ذره در دقیقه به یک شمارشگر اصابت می‌کند، که شمارشگر از هر سه ذره برخوردکننده به آن، تنها یکی را ثبت می‌کند، احتمال اینکه تا دقیقه اول یک ذره ثبت شود، برابر است با:

الف. $0/45$ ب. $0/405$ ج. $0/54$ د. $0/504$

۸. در سوال شماره ۷، احتمال اینکه فاصله زمانی بین ثبت ذرات کوچکتر یا مساوی $\frac{1}{2}$ دقیقه باشد برابر است با:

الف. $0/332$ ب. $0/342$ ج. $0/323$ د. $0/423$

۹. در سؤال ۷ اگر $X(t)$ ، تعداد ذرات ثبت شده تا زمان t باشد، نگاه $\{X(t), t \geq 0\}$ چه نوع فرآیندی است؟

الف. پواسن مرکب ب. پواسن ناهمگن ج. فرآیند مارکف د. فرآیند تجدید

۱۰. در یک فرآیند پواسن گروهی با نرخ ۲، اگر توزیع هر X_i بصورت زیر باشد، واریانس تعداد کل پیشامدها در فاصله

زمانی بطول ۶ کدام است؟
 $P(X = k) = 3 \left(\frac{1}{4}\right)^k, k = 1, 2, \dots$

الف. $36/67$ ب. $26/67$ ج. $62/67$ د. $26/76$

www.egza.tk



تعداد سوال: فنی ۲۰ تکمیلی ۵ — تشریحی ۵
 زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه
 تعداد کل صفحات: ۳

نام درس: آشنایی با نظریه صف بندی
 رشته تحصیلی: گرایش: آمار
 کد درس: ۲۵۰۲۳۹

۱۱. در مدل صف بندی $M/M/1$ با شدت ترافیک ρ ، متوسط تعداد افراد در صف بشرط خالی نبودن صف چیست؟

الف. $\frac{\rho}{1-\rho}$ ب. $\frac{\rho^2}{1-\rho}$ ج. $\frac{1}{1-\rho}$ د. $\frac{\rho}{1-\rho^2}$

۱۲. در سؤال شماره ۱۱ در صورتیکه $\rho = 0.8$ باشد، احتمال وجود ۴ نفر در صف مشروط به خالی نبودن صف، کدام است؟
 الف. 0.1024 ب. 0.1402 ج. 0.1204 د. 0.142

۱۳. در مدل صف بندی $M/M/1/3$ در حالت $\rho = \frac{1}{3}$ ، احتمال خالی بودن سیستم چیست؟

الف. $\frac{27}{40}$ ب. $\frac{37}{40}$ ج. $\frac{25}{40}$ د. $\frac{28}{40}$

۱۴. در مدل صف بندی $M/M/2$ با $r = \frac{1}{2}$ احتمال وجود حداقل ۴ متقاضی در سیستم کدام است؟

الف. $\frac{3}{5}$ ب. $\frac{3}{40}$ ج. $\frac{1}{10}$ د. $\frac{7}{8}$

۱۵. برای کدام مدل صف بندی زیر با نرخ ورود λ و نرخ سرویس μ توزیع تعداد متقاضیان در سیستم بواسن با پارامتر $\frac{\lambda}{\mu}$ است؟

الف. $M/M/1$ ب. $M/G/\infty$ ج. $M/M/\infty$ د. $M/M/C/K$

۱۶. در مدل صف بندی $M/M/2/3$ با $r = 2, P_0 = \frac{1}{4}$ احتمال وجود ۲ نفر در سیستم درست در لحظه ورود یک متقاضی برابر است با:

الف. $\frac{2}{10}$ ب. $\frac{1}{11}$ ج. $\frac{2}{11}$ د. $\frac{4}{11}$

۱۷. در مدل صف بندی $M/M/C/M$ با M منشاء ورودی نرخ ورود مؤثر برابر است با:

الف. $\lambda(M-L)$ ب. $M(\lambda-L)$ ج. $L(\lambda-M)$ د. $\lambda(L-M)$

۱۸. در مدل ورودی گروهی $M^{(X)}/M/1$ شدت ترافیک سیستم برابر است با:

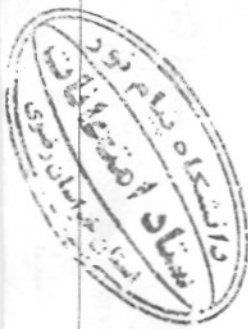
الف. $\frac{\mu \text{var}(X)}{\lambda}$ ب. $\frac{\mu \nu EX}{\lambda}$ ج. $\frac{\lambda \text{var}(X)}{\mu}$ د. $\frac{\lambda EX}{\mu}$

۱۹. در سؤال ۱۸ متوسط تعداد متقاضیان در سیستم برابر است با:

الف. $\frac{\lambda(EX^2 + EX)}{\mu(1-\rho)}$ ب. $\frac{\lambda(EX^2 + EX)}{2\mu(1-\rho)}$ ج. $\frac{\lambda(EX^2 + EX)}{\rho(1-\mu)}$ د. $\frac{\lambda EX^2 + EX}{2\mu(1-\rho)}$

۲۰. کدام مدل زیر بیانگر سرویس گروهی با حجم ثابت k است؟

الف. $M^{(X)}/M/1$ ب. $M/M/C$ ج. $M/M^{k,k}/1$ د. $M/M/1$



نام درس: آشنایی با نظریه صف بندی

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد درس: ۲۵۰۲۳۹

تعداد سوال: نسی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۳

«سؤالات تشریحی»

۱. اگر تعداد دسته‌های مراجعه‌کننده به باجه‌ای در فاصله‌ای زمانی بطول t فرایند پواسن با میانگین λ و تعداد افراد متشکل در هر دسته متغیر پواسن بریده شده در نقطه صفر ($X = 1, 2, \dots$) با پارامتر λ باشد. تابع مولد تعداد کل افراد مراجعه در فاصله زمانی بطول t را بدست آورید.

۲. بازه $[0, t]$ را به n زیربازه کوچک هر کدام بطول h تقسیم کرده و فرض می‌کنیم که در هر یک از بازه‌های کوچک یک امتحان برنولی با احتمال موفقیت λh انجام شود، ثابت کنید که تعداد موفقیتها در فاصله‌ای بطول t فرایند پواسن با میانگین λt است.

۳. شعبه کوچک بانکی دارای دو تحویلدار است. یکی برای دریافت و دیگری برای پرداخت (سیستم ۱) که به باجه هر تحویلدار بطور متوسط ۲۰ نفر در ساعت مراجعه کرده و زمان سرویس هر تحویلدار نمایی با میانگین ۲ دقیقه است. اگر هر تحویلداری هر دو کار دریافت و پرداخت را با هم انجام دهد، (سیستم ۲) آنگاه میانگین زمان سرویس به $2/4$ دقیقه تقلیل می‌یابد. مطلوبست در هر یک از دو سیستم موارد زیر:

الف. متوسط کل تعداد افراد در بانک

ب. امید ریاضی زمانی که مشتری در بانک می‌گذراند.

ج. احتمال اینکه مشتری مجبور شود بیش از ۵ دقیقه منتظر بماند.

د. متوسط زمان بیکاری تحویلدارها

۴. در سیستم صف بندی $M/M/1/K$ در حالت‌های $\rho = 1$ و $\rho \neq 1$ امید ریاضی تعداد متقاضیان در صف را بدست آورید.

۵. در مدل صف بندی $M/M/1$ ثابت کنید که $E(\min(N, C)) = \frac{\lambda}{\mu}$.

