

بسم الله الرحمن الرحيم  
اللهم صل على محمد و آل محمد



[www.egza.tk](http://www.egza.tk)

نام نمره: احتمال و کاربرد آن

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کد نمره: ۲۵۰۰۸۲

۱۹/۱۱/۲  
۱۹

تعداد سوالات: فنی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۲

«توجه: استفاده از ماشین حساب مجاز است.»

۱. اگر فضای نمونه یک آزمایش و  $A$  یک سیگما میدان روی  $S$  باشد برای  $A \in \mathcal{A}$  کدامیک از گزینه‌های زیر از اصول موضوعه احتمال می‌باشد؟

الف.  $P(S) = 1$

ب.  $P(A) + P(A') = 1$

ج.  $P(\emptyset) = 0$

د. اگر  $A < B$  باشد آنگاه  $P(A) \leq P(B)$

۲. از بین کارمندان یک دانشگاه فردی را به تصادف انتخاب کرده‌ایم. براساس تجربه گذشته احتمال اینکه کارمندی مالک خانه باشد ۰٫۲۵، و احتمال اینکه متأهل باشد ۰٫۷۶، و احتمال اینکه هم متأهل و هم مالک خانه‌ای باشد ۰٫۲۳ است. احتمال اینکه این کارمند هم خانه داشته و هم متأهل باشد و یا هر دو چقدر است؟

الف. ۰٫۳۴ ب. ۰٫۷۸ ج. ۰٫۵۳ د. ۰٫۳۰

۳. در سؤال قبل بشرط آنکه کارمندی متأهل باشد احتمال خانه داشتن او چقدر است؟

الف. ۰٫۱۱ ب. ۰٫۱۰ ج. ۰٫۲۴ د. ۰٫۳۰

۴. جعبه حاوی ۶ گلوله آبی و ۲ گلوله قرمز می‌باشد از این جعبه ۲ گلوله به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه هر ۲ گلوله آبی باشند چقدر است؟

الف. ۰٫۱۲ ب. ۰٫۱۵ ج. ۰٫۲۰ د. ۰٫۵۴

۵. متغیر  $X$  را تعداد شیرها در پرتاب ۲ سکه همگن تعریف می‌کنیم امید ریاضی  $X$  برابر است با:

الف. ۲ ب. ۱٫۵ ج. ۲٫۵ د. ۳

۶. اگر متغیر  $X$  دارای توزیع دو جمله‌ای باشد  $M_X(t)$  برابر است با:

الف.  $n(qe^t + p)$  ب.  $n(pe^t + q)$  ج.  $(qe^t + p)^n$  د.  $(pe^t + q)^n$

۷. متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع پواسن است. واریانس  $X$  مساوی ۱۰۰ است. کران پایین احتمال  $p(75 \leq X \leq 125)$  برابر است با:

الف.  $\frac{3}{14}$  ب.  $\frac{8}{14}$  ج.  $\frac{11}{25}$  د.  $\frac{21}{25}$

۸. مقدار  $\lambda$  چقدر باشد تا  $f(x) = \lambda x e^{-\lambda x}$  برای  $x > 0$  یک تابع چگالی باشد.

الف.  $\frac{1}{4}$  ب.  $\frac{1}{2}$  ج. ۱ د.  $\frac{1}{3}$

۹. در سؤال قبل تابع توزیع  $X$  عبارت است از:

الف.  $1 - e^{-x}, x > 0$  ب.  $x^x - 1, x > 0$  ج.  $1 - 2e^x, x > 0$  د.  $1 - e^{-x^2}, x > 0$



نام درس: احتمال و کاربرد آن

تعداد سوال: نسی ۲۰ تکلیفی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

زمان امتحان: تشریحی و تکلیفی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۵۰۰۸۲

تعداد کل صفحات: ۲

۱۰. اگر متغیر  $X$  دارای توزیع یکنواخت روی فاصله  $(0, 1)$  باشد، تابع توزیع  $X$  عبارت است از:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1-x & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases} \quad \text{الف.} \quad F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1-x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases} \quad \text{ب.} \quad F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases} \quad \text{ج.}$$

۱۱. فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی و  $b > 0, a > 0$  مقادیر ثابتی باشند. ویژگی

$$p(x > a + b) = p(x > a) p(x > b)$$

الف. یکنواخت      ب. فوق هندسی      ج. نمایی      د. دوجمله‌ای

۱۲. اگر متغیر تصادفی  $X$  دارای تابع توزیع  $F_X(x)$  باشد تابع توزیع متغیر  $Y = aX + b$  (مقادیر ثابت) دارای تابع توزیع:

$$\text{الف.} \quad 1 - F_X\left(\frac{y-a}{b}\right) \quad \text{ب.} \quad 1 - F_X\left(\frac{y-b}{a}\right) \quad \text{ج.} \quad F_X\left(\frac{y-a}{b}\right) \quad \text{د.} \quad F_X\left(\frac{y-b}{a}\right)$$

۱۳. اگر متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع نمایی  $f(x) = \theta e^{-\theta x}, x > 0$  باشد تابع چگالی  $y = \sqrt{x}$  عبارت است از:

$$\text{الف.} \quad \theta y e^{-\theta y^2} \quad \text{ب.} \quad 2\theta y e^{-\theta y^2} \quad \text{ج.} \quad \frac{1}{y} \theta y e^{-\theta y^2} \quad \text{د.} \quad \frac{1}{y^2} \theta y e^{-\theta y^2}$$

۱۴. اگر متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع نرمال استاندارد باشد با استفاده از قضیه چبیشف حد پایین احتمال اینکه  $|X| \leq 2\delta$  باشد چقدر است؟

الف. ۱      ب. ۰,۷۵      ج. ۰,۴۵      د. ۰,۲۵

۱۵. اگر  $X = 0, 1, 2$  و  $Y = 1, 2$   $f(x, y) = \frac{12}{35(x+y)}$  باشد  $E(X)$  برابر است با:

الف.  $\frac{18}{35}$       ب.  $\frac{10}{35}$       ج.  $\frac{7}{35}$       د.  $\frac{24}{35}$

۱۶. در سؤال قبل  $E(XY)$  برابر است با:

الف.  $\frac{34}{35}$       ب.  $\frac{8}{35}$       ج.  $\frac{16}{35}$       د.  $\frac{12}{35}$



تعداد سوالات: فنی ۲۰ تکلیفی - تشریحی ۵  
 زمان امتحان: تفسیری و تکلیفی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه  
 تعداد کل صفحات: ۲

نام نمره: احتمال و کاربرد آن  
 رشته تحصیلی: گرایش: آمار  
 کد درس: ۲۵۰۰۸۲

۱۷. در سؤال قبل  $COV(X, Y)$  برابر است با:

- الف. ۰/۰۳      ب. ۰/۰۶      ج. ۰/۹۷      د. ۰/۹۱

۱۸. فرض کنید  $\begin{cases} u = 2x + y \\ v = x + y \end{cases}$  ,  $y = -x + 1$  ضریب همبستگی بین دو متغیر  $u, y$  برابر است با:

- الف. ۱      ب. -۱      ج.  $\frac{1}{2}$       د.  $-\frac{1}{2}$

۱۹. اگر توزیع توأم متغیرهای  $X, Y$  بصورت  $f(x, y) = 2xe^{-x^2-y}$  ,  $x > 0, y > 0$  باشد تابع چگالی متغیر  $X$  عبارت است از:

- الف.  $2e^{-x^2}$       ب.  $2xe^{-x}$       ج.  $2xe^{-x^2}$       د.  $2e^{-x}$

۲۰. در سؤال قبل اگر  $X, Y$  مستقل از هم باشند تابع چگالی متغیر  $Y$  عبارت است از:

- الف.  $e^{-y}$       ب.  $e^{-2y}$       ج.  $e^{-y^2}$       د.  $e^{-\frac{1}{2}y}$

سؤالات تشریحی

۱. تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی گاما را بدست آورید سپس از روی آن میانگین و واریانس را مشخص کنید.

۲. تابع چگالی متغیر تصادفی پیوسته  $X$  بصورت  $f(x) = \frac{k+1}{a^{k+1}} x^k$  ,  $0 \leq x \leq a$  است.

- الف. تحقیق کنید این تابع ویژگی‌های تابع چگالی را دارد.  
 ب. به ازای چه مقداری از  $k$  توزیع  $X$  یکنواخت است.  
 پ.  $E(X)$  را محاسبه کنید.

۳. اگر تابع چگالی متغیر تصادفی  $X$  به صورت  $f(x) = 2xe^{-x^2}$  ,  $x > 0$  باشد تابع چگالی متغیر تصادفی  $y = x^2$  را بدست آورید.

۴. تابع چگالی توأم  $(X, Y)$  به صورت زیر است:  
 $f(x, y) = \begin{cases} 2 & 0 < x \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$

الف. تابع توزیع‌های  $X, Y$  را بدست آورید.

ب. نشان دهید که میانگینهای شرطی  $Y, X$  به ترتیب برابرند با  $\frac{y}{2}$  و  $\frac{x+1}{2}$



www.egza.tk

نام درس: احتمال و کاربرد آن

تعداد سئوال: فیزی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۵۰۰۸۲

تعداد کل صفحات: ۲

۵. فرض کنید طول عمر یک نوع لامپ دستگامی دارای توزیع نمایی با میانگین عمر ۵ روز باشد. پس از سوختن این لامپ، بی‌درنگ لامپی به جای آن قرار می‌دهند. احتمال اینکه در مدت ۴۰۰ روز بیش از ۴۰ لامپ مورد نیاز باشد چقدر است؟

$$\phi(1) = 0,8413$$



نام درس: احتمال و کاربرد آن

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کلاس درس: ۲۵۰۰۸۲

۱، ۴، ۸، ۱۶

۱۰، ۲۰

تعداد سؤالات: فشی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۲

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. تعداد راههایی که می‌توان یک نمره الف، سه نمره ب، دو نمره ج و یک نمره د را بین ۷ دانشجوی یک درس آمار (که اختیار کرده اند) توزیع کرد، برابر است با:

الف. ۱۰۵      ب. ۸۴۰      ج. ۲۱۰      د. ۴۲۰

۲. اگر ۳ تاس همگن را با هم پرتاب کنیم، احتمال داشتن حداقل یک ۶ برابر است با:

الف.  $\frac{67}{129}$       ب.  $\frac{256}{1296}$       ج.  $\frac{67}{1296}$       د.  $\frac{256}{1290}$

۳. اگر  $p(A) = 0.6$ ،  $p(B) = 0.6$ ،  $p(A|B) = 0.8$ ،  $p(A|\bar{B})$  برابر است با:

الف.  $0.12$       ب.  $0.13$       ج.  $0.148$       د.  $0.17$

۴. کدام یک از موارد زیر، همواره درست است؟ (فرض کنید A و B دو پیشامد از S باشند)

الف.  $P(A \cup B) = P(A) + P(\bar{A} \cap B)$

ب.  $P(A - B) = P(A) - P(B)$

ج.  $P(A \cap B) = P(A) + P(A - B)$

د.  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

۵. اگر یک دنباله عناصر متمایز  $\{a_0, b_0, a_1, b_1, \dots, a_n, b_n, \dots\}$  فضای نمونه ای یک متغیر تصادفی با تابع احتمال:

$$p(a_n) = p(b_n) = \frac{k}{(n+2)(n+3)}$$

باشند، آن گاه مقدار k برابر است با:

الف.  $\frac{1}{2}$       ب.  $\frac{1}{3}$       ج. ۲      د. ۱

۶. متغیر تصادفی X دارای چگالی احتمال زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} - kx, & 0 < x < 4 \\ 0, & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

احتمال این که X در فاصله (۱ و ۲) قرار گیرد برابر است با:

الف.  $\frac{1}{8}$       ب.  $\frac{1}{2}$       ج.  $\frac{5}{8}$       د.  $\frac{5}{16}$

۷. اگر برای متغیر تصادفی X روابط  $E(X) = 2$ ،  $E[X(X-4)] = 5$  برقرار باشد، آنگاه واریانس این متغیر تصادفی کدام است؟

الف. ۱۲      ب. ۳      ج. ۹      د. ۶



نام درس: احتمال و کاربرد آن

تعداد سوالات: نسی ۲۰ تکلیلی - تفریحی ۵

رشته تحصیلی: مگرایز آمار

زمان امتحان: نسی و تکلیلی ۶۰ دقیقه تفریحی ۶۰ دقیقه

www.egza.tk

کلاس: ۲۵۰۰۸۲

تعداد کل صفحات: ۲

۸. تابع مولد گشتاورهای  $X$  به صورت  $M_X(t) = (1 - ft)^{-r}$ ,  $t < \frac{1}{f}$  داده شده است. در این صورت  $E(X^r)$  برابر است با:

- الف.  $r^r \times f$       ب.  $r^r \times f^r$       ج.  $f^r \times r$       د.  $r^r \times f^r$

۹. فرض کنید تابع مولد گشتاورهای متغیر تصادفی  $X$  به صورت زیر باشد:  $M_X(t) = e^{rt + \frac{1}{2}t^2}$  در این صورت  $p(X > 3)$  برابر است با:

- الف.  $\frac{1}{2}$       ب.  $\frac{1}{f}$       ج. ۰      د.  $\frac{r}{f}$

۱۰. متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع پواسن است. و داریم:  $p(X=1) = p(X=2)$  در این صورت مقدار  $p(X \geq 1)$  برابر است با:

- الف.  $e^{-r}$       ب.  $1 - e^{-r}$       ج.  $1 - e^{-f}$       د.  $e^{-f}$

۱۱. متغیر تصادفی  $X$  دارای تابع چگالی احتمالی:  $f_X(x) = \frac{1}{r} e^{-|x|}$ ;  $x \in R$  است. در این صورت تابع توزیعی

(تجمعی) آن عبارت است از:

الف.  $F_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{r} e^x, & x \leq 0 \\ 1 - \frac{1}{r} e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$       ب.  $F_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{r} e^x, & x \leq 0 \\ 1 + \frac{1}{r} e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$

ج.  $F_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{r} e^x, & x \leq 0 \\ 1 - \frac{1}{r} e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$       د.  $F_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{r} e^x, & x \leq 0 \\ 1 - \frac{1}{r} e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$

۱۲. اگر  $X$  دارای توزیع هندسی باشد، مقدار  $p(X \geq 3 | X \leq 6)$  برابر است با: (توجه:  $X = 1, 2, \dots$ )

- الف.  $\frac{q^r - q^6}{1 - q^6}$       ب.  $\frac{q^r - q^3}{1 - q^6}$       ج.  $\frac{q^r - q^3}{1 - q^3}$       د.  $\frac{q^r - q^6}{1 - q^3}$



نام درس: احتمال و کاربرد آن

تعداد سؤالات: نفي ۲۰، تكميلي ۵

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

زمان امتحان: تمني و تكميلي ۶۰، نفي ۶۰

www.egza.tk

کد درس: ۲۵۰۰۸۲

تعداد کل صفحات: ۲

۱۲. تابع چگالی توأم متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  عبارت است از:

$$f(x, y) = \begin{cases} 2, & x + y < 1, x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

الف.  $2(1-x)$       ب.  $\frac{2}{1-x}$       ج.  $\frac{1}{1-x}$       د.  $1-x$

	$x$	۰	۲
$y$	-۱	$\frac{1}{3}$	۰
	۰	۰	$\frac{1}{3}$
	۱	۰	$\frac{1}{3}$

۱۴. در جدول توزیع احتمالی (توأم) زیر،  $E(y | x=0)$  برابر است با:

- الف. ۱  
ب.  $\frac{1}{3}$   
ج.  $\frac{2}{3}$   
د. -۱

۱۵. تابع چگالی توأم  $Y, X$  به صورت زیر است:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 6x, & 0 < x < y < 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

الف.  $\frac{1}{3}$       ب.  $\frac{1}{4}$       ج.  $\frac{3}{4}$       د.  $\frac{1}{2}$

۱۶. تابع چگالی توأم متغیرهای تصادفی  $Y, X$  به صورت زیر است. امید ریاضی  $X$  کدام است؟

$$f(x, y) = \begin{cases} \binom{x}{y} \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{x}{15}\right), & (x=1, 2, 3, 4, 5), (y=0, 1, \dots, x) \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

الف.  $\frac{3}{11}$       ب. ۳      ج.  $\frac{11}{3}$       د. ۱۱

۱۷. اگر  $X, Y$  مستقل باشند، و  $X \sim N(1, 2)$ ،  $Y \sim N(2, 4)$  آن گاه  $Var(XY + 2)$  برابر است با:

الف. ۱۲      ب. ۱۶      ج. ۲۰      د. ۲۴

۱۸. اگر  $X$  متغیر تصادفی با میانگین ۱۰ و واریانس یک باشد، احتمال این که  $X$  بین ۸ و ۱۲ قرار گیرد، حداقل ..... است:

الف. ۰/۷۵      ب. ۰/۸۵      ج. ۰/۹۰      د. ۰/۹۶



نام درس: احتمال و کاربرد آن

تعداد سوالات: هفتی ۲۰ تکمیلی ۵ تشریحی ۵

رشت تحصیلی: گرایش: آمار

www.egza.tk

زمان امتحان: هفتی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کلاس: ۲۵۰۰۸۲

تعداد کل صفحات: ۲

۱۹. فرض کنید  $Y, X$  دو متغیر تصادفی با ضریب همبستگی  $0.75$ ،  $\sigma_x^2 = 1$ ،  $\sigma_y^2 = \frac{1}{y}$  باشد به ازای چه مقداری

از  $\alpha$  دو متغیر تصادفی  $Z = X + y$ ،  $T = \alpha X + Y$  ناهمبسته می شوند؟

الف. ۱- ب.  $-0.63$  ج.  $0.63$  د. ۱

۲۰. اگر چگالی توأم متغیرهای تصادفی  $Y, X$  به صورت:

$f(x, y) = \frac{e^{-x/y} e^{-y}}{y}$ ،  $0 < x < \infty$ ،  $0 < y < \infty$  باشد مقدار  $E(X/Y = y)$  کدام است:

الف.  $y$  ب.  $\frac{1}{y}$  ج.  $y^2$  د.  $\frac{1}{y^2}$

## سوالات تشریحی

۱. اگر پیشامدهای  $B_1, B_2, \dots, B_k$ ، آفرازی از فضای نمونه ای  $S$  باشند. برای هر پیشامدی مانند  $A$ ، از این فضا: ثابت کنید:

$$P(A) = \sum_{i=1}^k p(A/B_i) p(B_i)$$

۲. تابع مولد گشتاورهای توزیع پواسون را محاسبه و بر اساس آن میانگین و واریانس این توزیع را بدست آورید.

۳. اگر  $X$  یک متغیر تصادفی پیوسته با تابع چگالی احتمال زیر باشد.

$$f(x) = \begin{cases} ax^b e^{-x/a}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

و با فرض  $E(X) = 9$ ،  $Var(X) = 27$ . مقادیر  $b, a$  بیابید.

۴. فرض کنید چگالی توأم متغیرهای تصادفی  $Y, X$  به صورت زیر باشد:

$$f(x, y) = \begin{cases} x^{-1}, & 0 < y \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{جای دیگر} \end{cases}$$

الف. ضریب همبستگی  $Y, X$  را بیابید.

ب. برای این مسأله.

برابری:  $E(E(X/Y)) = E(X)$  را تحقیق کنید:

۵. قضایای مارکوف و قانون ضعیف اعداد بزرگ را به طور دقیق بیان و آن ها را ثابت کنید. (فقط یکی از ۲ حالت گسسته یا پیوسته)

