

بسم الله الرحمن الرحيم  
اللهم صل على محمد و آل محمد



[www.egza.tk](http://www.egza.tk)

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار

تعداد سوال: نسی ۲۰ تکمیلی - تفریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تفریحی ۶۰ دقیقه

کلاس درس: ۲۵۰۱۰۰ تاریخ: ۸۶/۳/۲۱ شروع: ۸:

تعداد کل صفحات: ۴

\* استفاده از ماشین حساب مجاز می باشد.

۱. کدام گزینه زیر نادرست است؟

ب.  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

الف.  $(A+B)' = B' + A'$

د.  $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$

ج.  $(AA')' = AA'$

۲. کدام مورد نادرست است؟ ( $A$  یک ماتریس  $n \times n$  و نامنفرد است.)

ب.  $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

الف.  $K \neq 0, |KA| = K|A|$

د.  $|A| = |A'|$

ج.  $|A^n| = |A|^n$

۳. کدام مورد زیر درست است؟

الف. تنها جواب معادله ماتریسی  $AX = 0$ ،  $X = 0$  است.ب. در معادله  $AX = B$  اگر ماتریس افزوده دستگاه یک سطر صفر داشته باشد، دستگاه بی شمار جواب دارد.ج. اگر  $A$  وارون پذیر باشد معادله  $AX = 0$  جواب دیگری غیر از  $X = 0$  دارد.د. اگر  $A$  وارون پذیر باشد معادله  $AX = B$  دارای یک جواب منحصر بفرد است.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۴. ماتریس افزوده یک دستگاه پس از تبدیل به ماتریس سطری پلکانی به صورت

مورد صحیح است؟

ب. دستگاه جواب ندارد.

الف. دستگاه فقط یک جواب  $X \neq 0$  دارد.د. تنها جواب دستگاه  $X = 0$  است.

ج. دستگاه بی شمار جواب دارد.

۵. کدام ماتریس مقدماتی نمی باشد؟

د.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

ج.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

ب.  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

الف.  $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$



۶. وارون ماتریس  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  کدام است؟

الف.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  ب.  $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  ج.  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  د.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۷. کدام یک زیر فضای  $R^2$  است؟  $(x_1, x_2 \in R)$

الف.  $W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}; x_1 = x_2 + 1 \right\}$  ب.  $W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}; x_1 = -x_2 \right\}$   
 ج.  $W_3 = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}; x_2 = x_1 + 1 \right\}$  د.  $W_4 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ x_2 \end{pmatrix}; x_2 \in R \right\}$

۸. اگر  $X = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$ ،  $W = Sp(X)$ ، آنگاه  $\dim W$  کدام است؟

الف. ۳ ب. ۴ ج. ۱ د. ۲

۹. اگر  $T = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$  یک پایه مرتب برای  $R^3$  و  $x = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \in R^3$  آنگاه  $[x]_T$  کدام است؟

الف.  $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  ب.  $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$  ج.  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  د.  $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

۱۰. اگر  $T = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$  و  $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$  دو پایه مرتب برای  $R^3$  باشند ماتریس انتقال از  $T$  به  $S$  کدام است؟

الف.  $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  ب.  $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  ج.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$  د.  $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

۱۱. رتبه ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -4 & 6 \end{bmatrix}$  کدام است؟

الف. ۴ ب. ۳ ج. ۲ د. ۱



۱۲. کدام مورد زیر نادرست است؟

- الف.  $r(A+B) \geq r(A) + r(B)$   
 ب. اگر  $A \sim B$  آنگاه  $r(A) = r(B)$   
 ج.  $r(AB) \leq r(A)$   
 د. اگر  $B$  وارون پذیر باشد  $r(AB) = r(A)$

۱۳. اگر ضرب داخلی در  $P_2$  را به صورت  $f \cdot g = \int_0^1 f(t)g(t)dt$  تعریف کنیم و  $f(t) = 1 - t^2$  مقدار  $|f|$  کدام است؟

- الف.  $\sqrt{\frac{8}{15}}$   
 ب.  $\sqrt{\frac{7}{15}}$   
 ج.  $\sqrt{\frac{8}{20}}$   
 د.  $\sqrt{\frac{7}{20}}$

۱۴. در فضای  $R^3$  تحت ضرب داخلی متعارف، تصویر  $X = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  روی  $Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  کدام است؟

- الف.  $\begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 2 \\ 9 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}$   
 ب.  $\begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 4 \\ 9 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}$   
 ج.  $\begin{pmatrix} -1 \\ 9 \\ 2 \\ 9 \\ -2 \\ 9 \end{pmatrix}$   
 د.  $\begin{pmatrix} -2 \\ 9 \\ 4 \\ 9 \\ -4 \\ 9 \end{pmatrix}$

۱۵. ماتریس متناظر با تبدیل  $L: R^2 \rightarrow R^2$  که  $L\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 \\ 2x_2 \end{pmatrix}$  کدام است؟

- الف.  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$   
 ب.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$   
 ج.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$   
 د.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

۱۶.  $T = \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$  یک پایه مرتب برای  $R^3$  است. اگر  $L\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  و  $L\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  و  $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  آنگاه  $L(X)$  کدام است؟

- الف.  $\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$   
 ب.  $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$   
 ج.  $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$   
 د.  $\begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

۱۷. در تبدیل سوال شماره ۱۵ بعد هسته  $L$  کدام است؟

- الف. یک  
 ب. صفر  
 ج. سه  
 د. دو

۱۸. اگر  $L: R^3 \rightarrow R^5$  یک تبدیل خطی باشد و  $\dim(\text{Ker } L) = 2$  و  $\dim(\text{ran } L)$  کدام است؟

- الف. صفر  
 ب. یک  
 ج. دو  
 د. سه

۱۹. اگر  $A$  یک ماتریس متعامد باشد کدام مورد زیر نادرست است؟

- الف.  $AA' = I$   
 ب.  $|A| = \pm 1$   
 ج.  $A + A' = 0$   
 د. مقادیر ویژه  $A$  برابر  $\pm 1$  است.

۲۰. هرگاه  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$  مقدار  $\det C^6$  برابر کدام است؟

د. ۳۴

ج. ۶۶

ب. ۳۲

الف. ۶۴

«سؤالات تشریحی»

۱. ثابت کنید ماتریس مربع  $A$  وارون‌پذیر است اگر و تنها اگر معادله  $AX = b$  که در آن  $b$  یک ماتریس ستونی مفروض است. جواب یکتا داشته باشد.

۲. نشان دهید که بردارهای  $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  در  $R^3$  مستقل خطی است.

۳. فرض کنید  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  یک پایه برای فضای برداری  $V$  باشد نشان دهید هر زیر مجموعه  $n$  عضوی مستقل خطی از  $V$  یک پایه برای  $V$  است.

۴. در تبدیل خطی زیر هسته و برد تبدیل را تعیین کنید. نشان دهید تبدیل وارون‌پذیر است و  $L^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  را بدست آورید.

$$L(X) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X$$

۵. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  را بدست آورید و با استفاده از آن  $A^{100}$  را تعیین کنید.



تعداد سؤال: نسی ۲۰ تکمیلی - تفریحی ۵  
 زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تفریحی ۶۰ دقیقه  
 تعداد کل صفحات: ۳

۱۹/۱۰/۱۶  
 علی ۱/۳۰

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار  
 رشته تحصیلی: گرایش: آمار  
 کلاس: ۲۵۰۱۰۰

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. کدامیک از ماتریس‌های زیر یک ماتریس پلکانی سطری کاهش یافته نیست؟

الف-  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  ب-  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  ج-  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  د-  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۲. هرگاه  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  آنگاه  $A^n$  برابر است با: ( $n$  عددی طبیعی است)

الف-  $\begin{bmatrix} 1 & 2^n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  ب-  $\begin{bmatrix} n & 2^n \\ 0 & n \end{bmatrix}$  ج-  $\begin{bmatrix} 1 & 2^n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  د-  $\begin{bmatrix} n & 2^n \\ 0 & n \end{bmatrix}$

۳. کدام گزینه نادرست است؟

- الف. ماتریس مربع  $A$  وارون پذیر است اگر و تنها اگر همارز سطر ماتریس واحد باشد.  
 ب. ماتریس مربع  $A$  وارون پذیر است اگر و تنها اگر معادله  $AX = O$  دارای جواب بدیهی  $X = O$  باشد.  
 ج. ماتریس مربع  $A$  وارون پذیر است اگر و تنها اگر معادله  $AX = b$  ( $b$  ماتریس ستونی است).  
 د. ماتریس مربع  $A$  وارون پذیر است اگر  $A$  همارز سطر ماتریس مانند  $C$  باشد که لااقل دارای یک سطر صفر است.

۴. کدام گزینه نادرست است؟

الف.  $W = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ 0 \\ x_p \end{bmatrix} \mid x_1, x_p \in R \right\}$  یک زیرفضای  $R^m$  است.

ب.  $R^m$  یک زیرفضای  $R^n$  است. ( $m < n$ )

ج.  $P_m$  یک زیرفضای  $P_n$  است. ( $m < n$ )

د.  $W = \{f(t) \in P_m \mid f(0) = 0\}$  یک زیرفضای  $P_m$  است.



۵. کدام گزینه نادرست است؟

- الف. هرگاه مجموعه‌ای از بردارها وابسته خطی باشد می‌توان لااقل یکی از اعضای آن را حذف کرد، بدون آنکه گستره آن تغییر کند.  
 ب. هر مجموعه متناهی از بردارها که یکی از اعضای آن صفر باشد و وابسته خطی است.  
 ج. در یک مجموعه مستقل خطی هیچیک از بردارها صفر نیست.  
 د. در یک مجموعه مستقل خطی لااقل یکی از بردارها را می‌توان به صورت یک ترکیب خطی از بقیه بردارها نوشت.

۶. به ازای کدام گزینه، مجموعه  $\left\{ \begin{bmatrix} x \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$  یک پایه برای  $R^3$  است؟

الف.  $x \neq 1$

ب.  $x \neq -1$

ج.  $x \neq \pm 1$

د.  $x \neq 0$

۷. فرض کنید  $T = [\alpha_1, \alpha_2]$  یک پایه مرتب برای  $P_1$  باشد که در آن  $\alpha_1 = t - 1$  و  $\alpha_2 = t + 1$  مختصات  $x = -t + 1$  نسبت به  $T$

عبارت است از:

الف.  $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$

ب.  $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$

ج.  $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

د.  $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$

۸. فرض کنید  $V$  یک فضای برداری و  $\dim V = n$ . کدام گزینه نادرست است؟

الف. تعداد اعضای هر پایه  $V$  برابر  $n$  است.

ب. هر زیرمجموعه  $n$  عضوی از  $V$  یک پایه برای  $V$  است.

ج. هر زیرمجموعه از  $V$  که بیش از  $n$  عضو داشته باشد وابسته خطی است.

د. هر زیرمجموعه از  $V$  که کمتر از  $n$  عضو داشته باشد نمی‌تواند پایه‌ای برای  $V$  باشد.



۹. هرگاه  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  آنگاه رتبه  $A$  برابر است با:

الف. ۱

ب. ۲

ج. ۳

د. صفر

۱۰. در ضرب داخلی  $P_f$  به صورت  $f.g = \int_1^2 f(t)g(t)dt$  اندازه  $f.g = \int_1^2 f(t)g(t)dt$  چقدر است؟

الف.  $\sqrt{19}$

ب.  $\sqrt{\frac{16}{3}}$

ج. ۲

د.  $\sqrt{2}$

۱۱. در ضرب داخلی سؤال ۱۰، فاصله بین  $f(t) = t - 1$  و  $g(t) = 2t + 3$  برابر است با:

الف.  $\sqrt{61}$

ب.  $\sqrt{3}$

ج.  $\sqrt{\frac{3}{61}}$

د.  $\sqrt{\frac{61}{3}}$

۱۲. تحت ضرب داخلی متعارف بر  $R^3$ ، تصویر بردار  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  بر روی  $\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$  کدام است؟

الف.  $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \\ -6 \\ 5 \end{bmatrix}$

ب.  $\begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ 0 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$

ج.  $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$

د.  $\begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ 0 \\ -6 \\ 5 \end{bmatrix}$

۱۲. کدامیک از توابع زیر یک تبدیل خطی از  $R^2$  به  $R^2$  نیست؟

الف.  $T \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 \end{bmatrix}$   
 ب.  $T \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3}x_1 + x_2 \\ 0 \end{bmatrix}$   
 ج.  $T \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 x_2 \end{bmatrix}$   
 د.  $T \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

۱۳. در تبدیل خطی  $L: R^3 \rightarrow R^3$ ،  $L \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 - x_3 \\ x_3 \end{bmatrix}$  بعد هسته  $L$  برابر است با:

الف. ۰      ب. ۲      ج. ۱      د. ۳

۱۵. فرض کنید  $L: R^n \rightarrow R^n$  یک تبدیل خطی باشد. کدام گزاره نادرست است؟

الف.  $L$ ،  $1-1$  است اگر و تنها اگر  $L$  پوشا باشد.

ب.  $L$ ،  $1-1$  است اگر و تنها اگر  $L$  وارون پذیر باشد.

ج.  $L$ ،  $1-1$  است اگر و تنها اگر  $\ker L = \{0\}$

د.  $L$ ،  $1-1$  است اگر و تنها اگر ماتریس نمایشگر  $L$ ، منفرد باشد.

۱۶. در تبدیل خطی  $L: R^2 \rightarrow R^2$  هرگاه  $L \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ،  $L \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه  $L \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$  برابر است با:

الف.  $\begin{bmatrix} 2x_1 + x_2 \\ 3x_1 + 2x_2 \end{bmatrix}$       ب.  $\begin{bmatrix} 2x_1 - x_2 \\ 3x_1 + 2x_2 \end{bmatrix}$       ج.  $\begin{bmatrix} -x_1 + 2x_2 \\ 2x_1 + 3x_2 \end{bmatrix}$       د.  $\begin{bmatrix} -x_1 - 2x_2 \\ 2x_1 - 3x_2 \end{bmatrix}$

۱۷. فرض کنید  $J$  یک ماتریس  $n \times n$  باشد که همه مؤلفه‌های آن برابر یک است و  $H = I_n - \frac{1}{n}J$  ماتریس واحد مرتبه  $n$ ، در این صورت  $|H|$  برابر است با:

الف.  $\frac{1}{n}$       ب. ۰      ج. ۱      د.  $n$

۱۸. فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، در این صورت حاصل ضرب مقادیر ویژه  $A$  برابر است با:

الف. ۶      ب. ۴      ج. ۵      د. -۱

۱۹. فرض کنید  $A$  یک ماتریس مربع،  $(\lambda, \alpha)$  یک زوج ویژه آن باشد. کدام گزینه نادرست است؟

الف.  $\lambda$  یک مقدار ویژه  $A'$  نیز است.

ب.  $(1-\lambda, \alpha)$  یک زوج ویژه  $I-A$  است.

ج. اگر  $A$  وارون پذیر باشد  $(\frac{1}{\lambda}, \frac{1}{\alpha})$  یک زوج ویژه  $A^{-1}$  است.

د.  $(c\lambda, \alpha)$  ( $c \neq 0$ ) یک زوج ویژه  $cA$  است.

۳



نام درس: جبر خطی برای آمار

تعداد سؤالات: فنی ۲۰ تکمیلی ۵ - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش آمار

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۵۰۱۰۰

تعداد کل صفحات: ۵

۲۰. کدامیک از ماتریس‌های زیر یک ماتریس احتمال است؟

$$\begin{matrix} \text{الف} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 6 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} & \text{ب} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & 4 \end{bmatrix} & \text{ج} & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 4 \end{bmatrix} & \text{د} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

«سؤالات تشریحی»

۱. فرم ماتریس دستگاه معادلات  $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + y - z = -1 \\ x + 3y + 2z = 2 \end{cases}$  را نوشته و به روش حذفی گاوسی آن را حل کنید.

۲. پایه‌ای برای  $R^3$  بدست آورید که شامل بردار  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  باشد.

۳. قضیه نامساوی کوشی-شوارتز را بیان و ثابت کنید.

۴. تبدیل خطی  $L: R^3 \rightarrow R^3$  را به صورت  $L: \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  و  $L: \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  و  $L: \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$  تعریف می‌کنیم.

الف. ماتریس تبدیل خطی را بیابید و نشان دهید که  $L$  وارون‌پذیر است.

ب.  $L^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  را بیابید.

۵. ماتریس متعامد را تعریف کنید که اگر  $P$  یک ماتریس متعامد باشد آنگاه:الف. هر یک از مقادیر ویژه  $P$ ،  $+1$  یا  $-1$  است.ب. دترمینان  $P$  برابر  $+1$  یا  $-1$  است.

۳