

بسم الله الرحمن الرحيم  
اللهم صل على محمد و آل محمد



[www.egza.tk](http://www.egza.tk)

نام درس: ریاضی برای آمار

۱، ۱، ۸۶

تعداد سؤالات: نسی ۲۰ تکلیفی - تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

(۸۶. ۱۱۲)

زمان امتحان: تستی و تکلیفی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۵۰۰۷۷

تعداد کل صفحات: ۳

استفاده از ماشین حساب مجاز است

۱. توزیع  $r$  گلوله نامتمایز در  $n$  جعبه متمایز بطوریکه ترتیب قرار گرفتن گلوله ها در هر جعبه مهم باشد. عبارتست از:

$$\text{الف. } \frac{(r+n)!}{(n-1)!} \quad \text{ب. } \frac{(r+n)!}{(r-1)!} \quad \text{ج. } \binom{r+n-1}{n-1} \quad \text{د. } \frac{(r+n-1)!}{(n-1)!}$$

۲. فرض کنید تابعی  $n$  متغیره وجود دارد که همواره مشتق پذیر است. به چند طریق می توان از این تابع  $k$  بار مشتق گرفت. بطوریکه از هر متغیر حداقل یکبار مشتق گرفته شود؟

$$\text{الف. } \frac{(k+n)!}{(n-1)!} \quad \text{ب. } \binom{k-1}{n-1} \quad \text{ج. } n^{k-n} \quad \text{د. } \frac{(n+k-1)!}{(n-1)!}$$

۳. اگر  $\Phi(s)$  تابع مولد احتمالاتی  $X$  باشد. آنگاه  $\Phi(s^r)$  تابع مولد احتمالاتی چه متغیری است؟

$$\text{الف. } rX \quad \text{ب. } \frac{X}{r} \quad \text{ج. } \sqrt{X} \quad \text{د. } \ln X$$

۴. اگر  $N$  دارای توزیع پواسن با پارامتر  $\theta$  و  $X_1, X_2, \dots, X_p$  متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با توزیع برنولی با پارامتر  $p$  باشند. با فرض مستقل بودن  $X$  ها از  $N$ ، توزیع  $\sum_{i=1}^N X_i$  کدامست؟

$$\text{الف. نرمال} \quad \text{ب. پواسن با پارامتر } \frac{\theta}{p} \quad \text{ج. پواسن با پارامتر } \theta p \quad \text{د. دو جمله ای}$$

۵. در بسط  $(x^p + x^q + x^5 + \dots + x^{10})^6$  ضریب  $x^{30}$  برابر است با:

$$\text{الف. } \binom{9}{5} \quad \text{ب. } \binom{17}{5} - \binom{9}{5} \quad \text{ج. } \binom{17}{5} - 6 \quad \text{د. } \binom{17}{5} - 6 \binom{9}{5}$$

۶. تابع مولد دنباله  $\sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$  برابر است با:

$$\text{الف. } e^s \quad \text{ب. } \frac{e^s}{1-s} \quad \text{ج. } \frac{1-s}{e^s} \quad \text{د. } \frac{1}{(1-s)^p}$$

۷. عامل انتگرال معادله دیفرانسیل  $(1+x^r)y' = (pxy+1+x^r) - (1+x^r)y'$  برابر است با:

$$\text{الف. } \frac{1}{1+x^r} \quad \text{ب. } 1+x^r \quad \text{ج. } \frac{1}{1-x^r} \quad \text{د. } 1-x^r$$

۸. جواب خصوصی  $(y_p)$  معادله  $y'' + 5y' + 6y = e^x$  کدامست؟

$$\text{الف. } \frac{1}{3}e^x \quad \text{ب. } -\frac{1}{3}e^x \quad \text{ج. } 3e^x \quad \text{د. } -3e^x$$



نام درس: ریاضی برای آمار

تعداد سؤالات: فنی ۲۰ تکمیلی ۵ تفریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش آمار

زمان امتحان: فنی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تفریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۵۰۰۷۷

تعداد کل صفحات: ۳

۹. جوابهای اساسی معادله  $4U_{n+2} + 4U_{n+1} + U_n = 0$  برابر است با:

الف.  $\left(\frac{1}{2}\right)^n$  و  $n\left(\frac{1}{2}\right)^n$       ب.  $n\left(-\frac{1}{2}\right)^n$  و  $\left(-\frac{1}{2}\right)^n$

ج.  $2^n$  و  $n(2)^n$       د.  $\left(-\frac{1}{2}\right)^n$  و  $2^{-n}$

۱۰. جواب عمومی معادله  $U_{n+2} - 2U_{n+1} + 2U_n = 0$  کدام است؟

الف.  $a \cos\left(\frac{n\pi}{2} + A\right)$       ب.  $A\sqrt{2} \cos\left(\frac{n\pi}{2} + B\right)$

ج.  $A(\sqrt{2})^n \cos\left(\frac{n\pi}{2} + B\right)$       د.  $A(\sqrt{2})^n \cos\frac{n\pi}{2}$

۱۱. مطلوبست  $\int x^2 (1-x)^2 dx$

الف.  $\frac{3\pi}{265}$       ب.  $\frac{3\pi}{256}$       ج.  $\frac{3\pi}{625}$       د.  $\frac{3\pi}{652}$

۱۲. اگر  $X$  یک متغیر تصادفی بتا با پارامترهای  $\alpha = 2$ ،  $\beta = 4$  باشد، آنگاه  $EX^2$  برابر است با:

الف.  $\frac{1}{9}$       ب.  $\frac{7}{9}$       ج.  $\frac{9}{7}$       د.  $\frac{1}{7}$

۱۳. تبدیل لاپلاس  $\cos(\pi(x - \pi))$ ،  $x \geq \pi$  برابر است با:

الف.  $\frac{se^{-s\pi}}{\pi^2 + s^2}$       ب.  $\frac{e^{-s\pi}}{\pi^2 + s^2}$       ج.  $\frac{se^{s\pi}}{\pi^2 + s^2}$       د.  $\frac{e^{s\pi}}{\pi^2 + s^2}$

۱۴. تبدیل لاپلاس  $x^2 e^{2x}$  چیست؟

الف.  $\frac{1}{(s-2)^3}$       ب.  $\frac{-2}{(s-2)^3}$       ج.  $\frac{2}{(s-2)^3}$       د.  $\frac{-1}{(s-2)^3}$

۱۵. تابع  $\frac{1}{(s-2)^2 + 9}$  تبدیل لاپلاس چه تابعی است؟

الف.  $\frac{1}{3} \sin 3x$       ب.  $\frac{1}{3} e^{2x}$       ج.  $e^{2x} \sin 3x$       د.  $\frac{1}{3} e^{2x} \sin 3x$

۱۶.  $\int \frac{\sin x}{x} dx$  برابر است با:

الف.  $\frac{\pi}{4}$       ب.  $\frac{\pi}{2}$       ج.  $\frac{\pi}{3}$       د.  $\frac{\pi}{6}$



نام درس: ریاضی برای آمار

تعداد سوال: نسی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

کد درس: ۲۵۰۰۷۷

تعداد کل صفحات: ۳

۱۷. اگر تعداد رئوس گراف بدون توپ  $G$  برابر  $V$  و تعداد یالهای آن برابر  $e$  باشد، آنگاه کدام مورد زیر درست است؟

$$\text{الف. } e \leq \binom{V}{2} \quad \text{ب. } e \geq \binom{V}{2} \quad \text{ج. } V \leq \binom{e}{2} \quad \text{د. } V \geq \binom{e}{2}$$

۱۸. تعداد رئوس گراف منظم با ۱۶ یال و با درجه هر راس ۴ برابر است با:

الف. ۴      ب. ۸      ج. ۶      د. وجود ندارد

۱۹. تعداد رئوس گراف منظم با ۱۳ یال و با درجه هر راس ۴ برابر است با:

الف. ۴      ب. ۸      ج. ۶      د. وجود ندارد

۲۰. شرط لازم و کافی برای وجود یک دور اویلری در گراف  $G$  آنست که:الف.  $G$  مرتبط شود      ب. درجه هر راس  $G$  زوج باشدج.  $G$  منظم باشد      د. الف و ب

سوالات تشریحی

۱. اگر  $N$  یک متغیر تصادفی با مقادیر طبیعی  $X_1, X_2, \dots, X_m$  یک دنباله از متغیرهای مستقل و هم توزیع و مستقل از  $N$  باشند،

$$\text{ثابت کنید که واریانس } \sum_{i=1}^N X_i \text{ برابر است با: } \text{Var}(N)[E(X)]^2 + \text{Var}(X)[E(N)]$$

۲. تابع  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-4x}}$  چه دنباله ای را تولید می کند؟

۳. معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید:  $y'' + 6y' + 8y = e^{-4x} + e^{-2x}$

۴. اگر  $p$  دارای توزیع یکنواخت بر  $(0, 1)$  باشد، اگر  $p$  انتخاب شده باشد، سکه ای با شانس شیر آمدن  $p$  را  $n$  بار می اندازیم،  $X$  را تعداد شیرها تعریف می کنیم، اولاً: توزیع  $X$  را تعیین کنید.

ثانیاً: واریانس توزیع  $X$  را بیابید.

۵. شرط لازم و کافی برای وجود یک مسیر اویلری آن است که  $G$  مرتبط و فقط دو راس با درجه های فرد داشته باشد.



نام نمره: ریاضی برای آمار

تعداد سوالات: فنی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

گذر نمره: ۲۵۰۰۷۷ تاریخ: ۸۶/۳/۱۷ شروع: ۸:

www.egza.tk

تعداد کل صفحات: ۲

استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. به چند صورت می توان ۱۰ گلوله نامتمايز را در سه جعبه متمايز به شماره های ۱ و ۲ و ۳ توزیع کرد به قسمی که جعبه اول ۲ گلوله، جعبه دوم ۲ گلوله و جعبه سوم ۵ گلوله داشته باشد؟

الف. ۱۲۴۰ ب. ۵۰۳۰ ج. ۲۵۲۰ د. ۵۲۰

۲. مقدار  $\left(\frac{-3}{\pi}\right)$  برابر است با:

الف. ۱۵- ب. ۱۵ ج. ۲۰ د. ۲۰-

۳. بسط:  $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$  (با فرض:  $|x| < 1$ ) عبارت است از:

$$\text{الف. } \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{-1}{k}\right)^k x^{rk} \quad \text{ب. } \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{k}\right)^k x^{rk}$$

$$\text{ج. } \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{-1}{k}\right)^k x^k \quad \text{د. } \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{k}\right)^k x^k$$

۴. تابع مولد دنباله:  $C_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$  عبارت است از:

$$\text{الف. } \frac{e^s}{1-s} \quad \text{ب. } e^s \quad \text{ج. } (1+x)^n \quad \text{د. } \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k$$

۵. گشتاور مرتبه دوم  $X$ :  $(EX^2) =$  به کمک گشتاورهای فاکتوریل برابر است با:

$$\text{الف. } \varphi''(1) \quad \text{ب. } (\varphi'(1))^2 \quad \text{ج. } \varphi''(1) + \varphi'(1) \quad \text{د. } \varphi''(1) - (\varphi'(1))^2$$

۶. فرض می کنیم  $\varphi(s)$  تابع مولد دنباله  $a_n$  باشد. اگر  $a_{n+1} = (n+1)a_n$  در آن صورت تابع  $\varphi(s)$  عبارت است از:

$$\text{الف. } e^s \quad \text{ب. } \frac{1}{x!} \quad \text{ج. } \frac{1}{s} \quad \text{د. } e^{1-s}$$

۷. کدام یک از معادلات دیفرانسیل زیر کامل می باشند؟

$$\text{الف. } x^2 dy + (2xy - x + 1) dx = 0$$

$$\text{ب. } (2x + 3y - 2) + (3x - 4y + 1) y' = 0$$

$$\text{ج. } (3x - 4y + 1) dx + (2x + 3y - 2) dy' = 0$$

$$\text{د. } (2xy - x + 1) dy + x^2 dx = 0$$

۸. عامل انتگرال ساز برای معادله دیفرانسیل  $x^2 dy + (2xy - x + 1) dx = 0$  عبارت است از:

$$\text{الف. } \ln x^2 \quad \text{ب. } e^{x^2} \quad \text{ج. } x^2 \quad \text{د. } \frac{2}{x}$$



نام درس: ریاضی برای آمار

تعداد سؤالات فنی ۲۰ تکمیلی -- تفریحی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تفریحی ۶۰ دقیقه

کلاس: ۲۵۰۰۷۷

تعداد کل صفحات: ۲

www.egza.tk

۹. جواب خصوصی برای معادله  $y'' - 6y' + 8y = e^{2x}$  عبارت است از:

- الف.  $\frac{1}{2} x e^{2x}$       ب.  $\frac{1}{2} e^{2x}$       ج.  $2x e^{2x}$       د.  $-\frac{1}{2} x e^{2x}$

۱۰. معادله بازگشتی  $U_{n+2} + U_n = \sin \frac{n\pi}{2}$  با در نظر گرفتن جواب خصوصی، پیشنهادی، دارای کدام جواب خصوصی است؟

- الف.  $\sin \frac{n\pi}{2}$       ب.  $\cos \frac{n\pi}{2}$       ج.  $\sin \frac{n\pi}{2} + \cos \frac{n\pi}{2}$       د. فاقد جواب خصوصی

۱۱. جواب عمومی معادله بازگشتی:  $U_{n+1} - 3U_n = 3^n$  عبارت است از:

- الف.  $3^n (c_1 + \frac{n}{3})$       ب.  $3^n c_1 + 3^n c_2 \frac{n}{18}$       ج.  $3^n c_1 + \frac{n}{18}$       د. جواب ندارد.

۱۲. مقدار انتگرال  $\int_0^1 x^p (1-x)^p dx$  برحسب تابع گاما، عبارت است از:

- الف.  $\frac{\Gamma(\frac{5}{2})}{\Gamma(\frac{15}{2})}$       ب.  $\frac{2! \Gamma(\frac{5}{2})}{\Gamma(\frac{15}{2})}$       ج.  $\frac{\Gamma(\frac{5}{2})}{2! \Gamma(\frac{15}{2})}$       د.  $\frac{\Gamma(\frac{15}{2})}{\Gamma(\frac{5}{2})}$

۱۳. تقریب استرلینگ وقتی  $n$  بزرگ باشد عبارت است از:

- الف.  $(ne)^n (\sqrt{2\pi n})^{\frac{1}{2}}$       ب.  $\frac{(ne)^n}{\sqrt{2\pi n}}$       ج.  $(\frac{n}{e})^n \sqrt{2\pi}$       د.  $n^n \cdot e^{-n} \cdot (\sqrt{2\pi n})^{\frac{1}{2}}$

۱۴. مقدار  $B(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ :  $(B = Beta =)$  عبارت است از:

- الف.  $\pi$       ب.  $\sqrt{\pi}$       ج.  $\pi^2$       د.  $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$

۱۵. مقدار  $\int_0^{\infty} e^{-sx} \sin ax dx$  برابر است با:

- الف.  $\frac{s}{s^2 + a^2}$       ب.  $\frac{e^{-sa}}{s}$       ج.  $\frac{e^{sa}}{s}$       د.  $\frac{a}{s^2 + a^2}$
- ( $s > 0$ )      ( $s > 0$ )

۱۶. تبدیل لاپلاس تابع:  $\sin(x - \pi)$ ,  $x \geq \pi$  عبارت است از:

- الف.  $\frac{e^{-s\pi}}{1 + s^2}$       ب.  $\frac{e^{s\pi}}{1 + s^2}$       ج.  $\frac{s}{s^2 + \pi^2}$       د.  $\frac{s e^{-s\pi}}{\pi^2 + s^2}$



نام درس: ریاضی برای آمار

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کلاس: ۲۵۰۰۷۷

تعداد سؤالات: فنی ۲۰ تکمیلی -- تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۲

۱۷. برای:  $L^{-1}\left(\frac{1}{(s-1)(s+2)}\right) = ?$  داریم.

$$\text{الف. } e^x - e^{-2x} \quad \text{ب. } e^x + e^{-2x} \quad \text{ج. } \frac{1}{3}e^x - \frac{1}{3}e^{-2x} \quad \text{د. } \frac{1}{3}e^{-x} + \frac{1}{3}e^{-2x}$$

۱۸. تبدیل لاپلاس  $x e^{-x} \sin x$  عبارت است از:

$$\text{الف. } \frac{s+1}{(2+2s+s^2)^2} \quad \text{ب. } \frac{(-2)(s+1)}{(2+2s+s^2)^2}$$

$$\text{ج. } \frac{-2s}{(2+2s+s^2)^2} \quad \text{د. } \frac{-2s}{(2+2s+s^2)^2}$$

۱۹. درگراف  $G = (V, E)$  با شرایط:  $d(e) = 0$  و  $d(d) = 5$  و  $d(a) = d(b) = d(c) = 3$  تعداد اعضاء  $E$  برابر است با:

الف. ۱۴ ب. قابل محاسبه نیست. ج. ۲۱ د. ۷

۲۰. کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

الف. گراف منظمی با ۱۲ یال و درجه رأس ۴ وجود ندارد.

ب. شرط لازم و کافی برای آن که گراف  $G = (V, E)$  یک دور اولیه می باشد. آن است که  $G$  مرتبط و درجه هر رأس  $G$  زوج باشد.ج. شرط لازم و کافی برای وجود یک مسیر اولیه. آن است که  $G$  مرتبط و فقط دو رأس با درجه های زوج باشد.

د. تعداد رأس ها برای گراف منظم با درجه هر رأس ۳ برابر است با: ۶

سؤالات تشریحی:۱. الف: با استفاده از تابع مولدها و تعمیم بسط دو جمله ای، ثابت کنید: صورت هائی که  $3^r$  شیبی را از  $n$  شیبی متمایز (که تکرارمجاز است)، می توانیم به دست آوریم، برابر است با:  $\binom{n+r-1}{r}$ ب: پیش از این حاصل از دو دنباله  $a_n = e^{-\theta} \frac{\theta^n}{n!}$  و  $b_n = e^{-\theta} \frac{\theta^n}{n!}$  را به دست آورید.

نام درس: ریاضی برای آمار

رشته تحصیلی: گرایش: آمار

کلاس: ۲۵۰۰۷۷

www.egza.tk

تعداد سؤالات: فنی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۳

۲. دو معادله از معادلات دیفرانسیل و تفاضلی زیر را، انتخاب و به طور کامل حل کنید:

الف: معادله دیفرانسیل:  $x^2 y' + x(2y+1) + 1 = 0$

ب: معادله دیفرانسیل:  $y'' - 3y' + 2y - (x + e^x) = 0$

ج: معادله تفاضلی:  $U_{n+2} + 6U_n - 3^n = n + 5U_{n+1}$

۳. الف: به ازای هر  $n \geq 1$ ، ثابت کنید:

$$\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{(2n)!}{4^n \cdot n!} \sqrt{\pi}$$

ب: با استفاده از قسمت الف، مقدار  $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x} dx$  را محاسبه کنید.۴. الف: اگر  $\hat{f}$  تبدیل لاپلاس  $f$  باشد، مطلوب است محاسبه تبدیل لاپلاس  $f''$  برحسب  $f$  (با شرط وجود مشتقات)ب: اگر  $\hat{y}$  تبدیل لاپلاس جواب معادله دیفرانسیل: (با شرایط اولیه:  $y'(0) = 1$ ,  $y(0) = 0$ ):  $y'' - y = e^x$  باشد،

ثابت کنید: 
$$\hat{y}(s) = \frac{s}{(s-1)(s^2-1)}$$

۵. با توجه به شکل زیر، مطلوبست محاسبه مقادیر:

$$d(f), d(e), d(d), d(c), d(b), d(a)$$

