

بسم الله الرحمن الرحيم  
اللهم صل على محمد و آل محمد



<http://egza.wordpress.com>

نام درس: منطق رياضي

۸ / ۱۱ / ۸۷  
۱۴

تعداد سوال: نفي ۲۰ تکميلي ۵ - تفریحي ۵

زمان امتحان: تستي و تکميلي ۶۰ نفي تفریحي ۶۰ نفي

رشته تحصیلی: گرایش: رياضي (محض و کاربردی) - علوم کامپیوتر

تعداد کل صفحات: ۳

کد درس: رياضي: ۱۱۱۱۰۵۷ - علوم کامپیوتر: ۱۱۱۵۱۷۳

۱. کدام یک توتولوژی است .

الف.  $(\neg p) \rightarrow (\neg p \rightarrow p)$       ب.  $p \rightarrow (p \rightarrow \neg p)$

ج.  $p \rightarrow ((\neg p) \rightarrow p)$       د.  $((\neg p) \rightarrow p) \rightarrow \neg p$

۲. یک شرط لازم برای معتبر بودن مجموعه دلخواه  $\Sigma$  در زبان مرتبه اول کدامیک از موارد زیر است .

الف. تصمیم پذیر بودن  $\Sigma$       ب. تصمیم پذیر بودن متمم  $\Sigma$

ج. شماره پذیر کار آمد بودن  $\Sigma$       د. شماره پذیر کار آمد بودن متمم  $\Sigma$

۳. دریک مجموعه  $n$  عضوی چند رابطه روی مجموعه توانی آن مجموعه وجود دارد ؟

الف.  $2^{2^{2n}}$       ب.  $2^{2^{2n}}$       ج.  $2^{2^n}$       د.  $2^{n^2}$

۴. هرگاه \* نمایانگر تعویض  $\vee, \wedge$  با هم و جایگزینی هر نماد جمله ای با نفي آن باشد آنگاه:

الف.  $(A \rightarrow B)^* \equiv B^* \wedge A^*$       ب.  $(A \wedge B)^* \equiv A^* \wedge B^*$

ج.  $(A \wedge B)^* \equiv A^* \wedge B^*$       د.  $(A^* \rightarrow B)^* \equiv B^* \vee A^*$

۵. کدامیک تمام است ؟

الف.  $\{\vee, \wedge, \rightarrow\}$       ب.  $\{\perp, \neg\}$       ج.  $\{\top, \neg\}$       د.  $\{\rightarrow, \perp\}$

۶. کدامیک تمام نیست .

الف. { نماد معادل  $\{\perp, \neg(A \wedge B)\}$  }      ب. { نماد معادل  $\{\perp, \neg(A \vee B)\}$  }

ج. { نماد معادل  $\{\top, (\neg A) \wedge B\}$  }      د.  $\{\leftrightarrow, \rightarrow, \perp\}$

۷. هرگاه  $\Gamma, \alpha \models \beta$  آنگاه:

الف.  $\Gamma \models (\alpha \rightarrow \beta)$       ب.  $\Gamma \models (\beta \rightarrow \alpha)$       ج.  $\Gamma \models (\neg \alpha \rightarrow \beta)$       د.  $\Gamma \models (\alpha \rightarrow \neg \beta)$

۸. کدامیک توتولوژی است .

الف.  $(\forall x, Px) \rightarrow (\exists x, \neg Px)$       ب.  $(\forall x, Px) \rightarrow (\exists x, Px)$

ج.  $(\exists x, Px) \rightarrow (\forall x, Px)$       د.  $(\exists x, Px) \rightarrow (\exists x, \neg Px)$

۹. کدام عبارت نادرست است.

الف. برخی از مجموعه ها دارای زیرمجموعه متناهی ارضا شونده نیستند .

ب. به ازای هر ارزش دهی توتولوژیها ارضا می شوند.

ج. هرگاه  $\Sigma$  مجموعه ای دلخواه از فرمولهای درست ساخت و  $\tau$  یک توتولوژی باشد .  $\tau \models \Sigma$

د. هرگاه  $\tau$  یک توتولوژی باشد  $\emptyset \models \tau$



نام درس: منطق رياضي

رشته: نصابي، گرايش: رياضي (محض و کاربردي) - علوم کامپيوتر

کد درس: رياضي: ۱۱۱۱۰۵۷ - علوم کامپيوتر: ۱۱۱۵۱۷۳

تعداد سؤالات: نفي ۲۰، تکيلي ۵ - تئري ۵

زمان امتحان: نفي و تکيلي ۶۰ دقيقه، تئري ۶۰ دقيقه

تعداد کل صفحات: ۳

۱۰. کدامیک از موارد زیر نادرست است؟

الف. هر مجموعه متناهی تصمیم پذیر است.

ب. ف.د.س. هاین که توتولوژی نیستند شماره پذیر کارآمد هستند.

ج. اگر مجموعه ای شماره پذیر کار آمد باشد، آنگاه تصمیم پذیر است.

د. مجموعه نتایج یک مجموعه شماره پذیر کارآمد از ف.س.د. شماره پذیر کارآمد است.

۱۱. در استدلال  $(\Gamma, \phi \vdash \neg \psi) \Rightarrow (\Gamma \vdash \phi \rightarrow \neg \psi)$  از کدام قاعده استفاده شده است

الف. قضیه استنتاج ب. قاعده T ج. قاعده عکس نقیض د. قاعده وضع مقدم

۱۲. در استدلال  $\{\vdash x = y \rightarrow y = x\} \Rightarrow \{\vdash x = y \rightarrow y = x\} \Rightarrow \{\vdash x = y \rightarrow y = x\}$  در قسمت \* از

کدام قاعده استفاده شده است

الف. استنتاج ب. قاعده T ج. قاعده عکس نقیض د. قاعده وضع مقدم

۱۳. از موارد زیر کدامیک جزو اصول منطقی نمی باشد.

الف. توتولوژیها

ب.  $x = x$

ج.  $\alpha \rightarrow \forall x \alpha$  در آن  $x$  در  $\alpha$  آزاد نیست.

د.  $\alpha \rightarrow \forall x \alpha$  در آن  $x$  می تواند جایگزین  $x$  در  $\alpha$  باشد

۱۴. کدام مورد در زبان مرتبه اول جانشین اسمها و ضمایر در زبان معمولی است.

الف. ترها ب. نمادها ج. ف.د.س. د. عبارتها

۱۵. تابع بولی  $M$  را به صورت  $M(X, F) = F$ ،  $M(T, T) = T$  تعریف می کنیم ف.د.س متناظر  $M$  کدام

است.

الف.  $\alpha \wedge \beta$  ب.  $\alpha \vee \beta$  ج.  $\alpha \rightarrow \beta$  د.  $\alpha \leftrightarrow \beta$

۱۶. از  $\Sigma \vdash \alpha$  کدام جمله نتیجه می شود.

الف.  $\Sigma' \vdash \neg \alpha$  ب.  $\Sigma \cup \Sigma' \vdash \neg \alpha$  ج.  $\Sigma \cup \Sigma' \vdash \alpha$  د.  $\alpha \vdash \Sigma \cup \Sigma'$

۱۷. کدامیک از عبارات زیر استلزام منطقی نیست

الف.  $\forall v_1 \phi v_1 \models \phi v_1$  ب.  $\forall v_1 \phi v_1 \neq \forall v_1 \phi v_1$

ج.  $\forall y \exists x \phi x y \models \exists x \forall y \phi x y$  د.  $\forall v_1 \phi v_1 \models \exists v_1 \phi v_1$

۱۸. عبارت « اگر  $\Gamma$  ارضا شدنی باشد آنگاه  $\Gamma$  سازگار است » معادل کدام یک از موارد زیر است

الف. تمامیت گودل ب. قضیه برستی

ج. هر مجموعه سازگار از فرمولها ارضا شدنی است د.  $(\Gamma \models \phi) \Rightarrow (\Gamma \vdash \phi)$

۱۹. در کدامیک از عبارات زیر  $v_1$  آزاد است.

الف.  $\forall v_1 (A v_1 \rightarrow B v_1)$  ب.  $\forall v_1 (A v_1 \rightarrow \forall v_1 B v_1)$

ج.  $(\forall v_1 A v_1 \rightarrow B v_1)$  د.  $(\neg \forall v_1 (\neg \forall v_1 \in v_1 v_1))$

نام درس: منطق رياضي

رشته: نصابي، گرايش: رياضي (محض و کاربردي) - علوم کامپيوتر

کد درس: رياضي: ۱۱۱۱۰۵۷ - علوم کامپيوتر: ۱۱۱۵۱۷۳

تعداد سؤالات: نفي ۲۰، تکيلي ۵ - تئري ۵

زمان امتحان: نفي و تکيلي ۶۰ دقيقه، تئري ۶۰ دقيقه

تعداد کل صفحات: ۳

۲۰. برای یک ف.د.س  $\alpha$  کدام مورد صحیح نیست.

الف.  $\bar{v}(\alpha + \alpha \downarrow \perp) = \perp$

ب.  $\bar{v}(\alpha + \alpha \downarrow \top) = \top$

ج.  $\bar{v}(\alpha + \alpha \uparrow \top) = \top$

د.  $\bar{v}(\alpha + \alpha \uparrow \perp) = \perp$

سوالات تئري:

۱. ثابت کنید هیچ فرمول درست ساخت در منطق جملات وجود ندارد که فاقد نماد نقیض « $\neg$ » بوده و تعداد نمادهای به کاررفته در آن عددي زوج باشد.

۲. اگر  $x$  در  $\alpha$  مورد آزاد نداشته باشد آنگاه:

$$\vdash (\alpha \rightarrow \forall x \beta) \leftrightarrow \forall x (\alpha \rightarrow \beta)$$

۳. فقط به یکی از سؤالات ۳ یا ۳' جواب دهید.

۳. نشان دهید  $\{ \neg, \forall \}$  تمام نیست (نماد سه تایی اکثریت است)

۳'. اگر  $\Sigma \models \alpha$  آنگاه زیرمجموعه ای متناهی از  $\Sigma$  مانند  $\Sigma_0$  وجود دارد به طوری که  $\Sigma_0 \models \alpha$ .

۴. ثابت کنید  $\vdash x = y \rightarrow \forall z p x z \rightarrow \forall z p y z$

۵. اگر  $s_1, s_2$  توابعی از  $V$  در  $M$  باشند که به ازای همه متغیرهایی که در ف.د.س  $\phi$  آزاد هستند هم مقدار هستند در این

$$\text{صورت } \frac{1}{2} \phi[s_1] \leftrightarrow \frac{1}{2} \phi[s_2]$$

