

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



<http://egza.wordpress.com>

نام درس: طراحی الگوریتمها

نام بنفش: فناوری اطلاعات و ارتباطات

کلاس: ۲۶۲۱۶۰

تعداد سؤالات فنی ۲۵ تکمیلی - تشریحی ۸
 زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۱۲۰ دقیقه
 تعداد کل صفحات: ۶

۱۳۰۱/۹

```
int test(int n) {
    if (n <= 4) return(1);
    else return(test(n-5)/test(n-5));
}
```

۱. مرتبه زمان اجرای تابع بازگشتی زیر چیست؟

- الف. $O(1)$ ب. $O(5^{\frac{n}{2}})$
 ج. $O(\frac{n}{5})$ د. $O(2^{\frac{n}{5}})$

```
int fun(int n) {
    if (n <= 1) return 1;
    else return(fun(n/4) + fun(n/4) - fun(n/4) + fun(n/4));
}
```

۲. مرتبه زمان اجرای تابع بازگشتی زیر چیست؟

- الف. $O(\log_4^n)$ ب. $O(\frac{n}{4})$
 ج. $O(3^{\log_4^n})$ د. $O(n)$

۳. اگر برای توابع $f(n)$ و $g(n)$ داشته باشیم $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = +\infty$ آنگاه کدام گزینه زیر صحیح است؟

- الف. $f(n) \in \theta(g(n))$ ب. $f(n) \in \Omega(g(n))$ ج. $f(n) \in O(g(n))$ د. $g(n) \in \theta(f(n))$

```
i=1;
while (i > n) {
    i=i*3; j=n;
    while (j > 1)
        j=j/5;
}
```

۴. مرتبه اجرای قطعه برنامه زیر کدام است؟

- الف. $O(\log_3^n * \log_5^n)$ ب. $O(\log_5^n)$
 ج. $O(\log_{15}^n)$ د. $O(\log_3^n)$

۵. کدام یک از گزاره های زیر صحیح است؟

- الف. اگر $f(n) \in O(g(n))$ و $g(n) \in \Omega(f(n))$ آنگاه $g(n) \in \theta(f(n))$.
 ب. اگر $f(n) \in O(g(n))$ آنگاه $f(n) \in \theta(g(n))$.
 ج. اگر $f(n) \in \Omega(g(n))$ آنگاه $f(n) \in \theta(f(n))$.
 د. اگر $f(n) \in O(g(n))$ و $f(n) \in \Omega(g(n))$ آنگاه $f(n) \in \theta(g(n))$.



```
int mytest(int m, int n) {
    if (n==1) return m+1;
    else return (mytest(m+1, n-1));
}
```

۶. مرتبه زمان اجرای تابع بازگشتی دوپرو چیست؟ ($m, n > 0$)

- الف. $O(\log_m^n)$ ب. $O(n)$
 ج. $O(m)$ د. تابع در حلقه بی نهایت می افتد.

نام درس: طراحی الگوریتم‌ها

تعداد سؤالات: هفتی ۲۵ تکمیلی — تشریحی ۸

نام بخش: فناوری اطلاعات و ارتباطات

زمان امتحان: هفتی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۱۲۰ دقیقه

کد درس: ۲۶۲۱۶۰

تعداد کل صفحات: ۶

۷. برای توابع $f_1(n)$ و $f_2(n)$ زیر، کدام گزینه در مورد مرتبه هزینه زمانی صحیح می باشد؟

$$f_1(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ 2 * f_1(n-1) + n & \text{if } n > 1 \end{cases} \quad f_2(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ f_2(n-1) + f_2(n-1) + n & \text{if } n > 1 \end{cases}$$

الف. $f_2(n) \in O(n)$ و $f_1(n) \in O(n)$ ب. $f_2(n) \in O(n)$ و $f_1(n) \in O(2^n)$

ج. $f_2(n) \in O(2^n)$ و $f_1(n) \in O(n)$ د. $f_2(n) \in O(2^n)$ و $f_1(n) \in O(2^n)$

۸. در روش تقسیم و حل اگر مساله ای با ورودی اندازه n به تعدادی زیر مساله تقسیم گردد، که هر زیر مساله دارای ورودی تقریباً برابر با n است. مرتبه هزینه مساله اصلی چگونه است؟

الف. نمایی ب. لگاریتمی ج. چند جمله ای د. خطی

۹. مرتبه هزینه جستجوی کدامیک از الگوریتم های زیر کمتر است؟

الف. جستجوی خطی ب. جستجوی دودویی غیر بازگشتی

ج. جستجوی دودویی بازگشتی د. ب و ج

۱۰. تابع هزینه تعداد ضرب ها در الگوریتم ضرب استراسن برای ماتریس های $n \times n$ کدام است؟

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ 18T(\frac{n}{2}) + 1 & \text{if } n > 1 \end{cases} \quad \text{الف. } T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ 7T(\frac{n}{2}) & \text{if } n > 1 \end{cases}$$

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ 7T(\frac{n}{2}) + 18(\frac{n}{2})^2 & \text{if } n > 1 \end{cases} \quad \text{ج. } T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ 7T(\frac{n}{2}) + 18(\frac{n}{2})^3 & \text{if } n > 1 \end{cases}$$

۱۱. الگوی حل کدامیک از مسائل زیر به روش تقسیم و حل می باشد؟

الف. فروشنده دوره گرد و حلقه هامیلتونی بهینه

ب. یافتن درخت پوشای کمینه و درخت جستجوی بهینه

ج. ضرب زنجیری ماتریس ها و طولانی ترین زیررشته مشترک بین دو رشته

د. ضرب اعداد با طول بزرگ و مرتب سازی ادغام

۱۲. داده 65 را با چند مقایسه در آرایه زیر به روش جستجوی دودویی (Binary Search) پیدا می کنیم؟

[3, 16, 20, 21, 35, 65, 72]

۳. د

۲. ج

۲. ب

۱. الف



نام درس: طراحی الگوریتمها

تعداد سؤالات: ۲۵ تکمیلی — تشریحی ۸

نام بخش: فناوری اطلاعات و ارتباطات

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۱۲۰ دقیقه

کلاس: ۲۶۲۱۶۰

تعداد کل صفحات: ۶

۱۳. در کلیه مسائل قابل حل بوسیله الگوی برنامه نویسی پویا، کدام مورد زیر باید برقرار باشد؟
الف. از بالا به پائین (Top-Down) بودن راه حل
ب. اصل امکان پذیر بودن (شدنی بودن) (Feasibility)
ج. اصل بهینگی (Optimality)
د. الف و ج

۱۴. در صورتی که گراف خلوت باشد، کدامیک از الگوریتم های زیر سریعتر درخت پوشای کمینه را پیدا می کند؟
الف. الگوریتم کروسکال
ب. الگوریتم پرایم
ج. الگوریتم فلوید
د. الگوریتم bfs

۱۵. الگوی حل مسئله کوتاه ترین مسیر از یک گره به سایر گره ها به روش دایجسترا (Dijkstra) کدام است؟
الف. تقسیم و حل (Divided and Conquer)
ب. حریصانه (Greedy)
ج. برنامه نویسی پویا (Dynamic Programming)
د. تکنیک عقبگرد (Backtracking)

۱۶. کار (job) به شرح ذیل داریم: g_i نشان دهنده سود حاصل از اجرای کار i است اگر فقط اگر بعد از زمان d_i انجام نشود، فرض کنید هرکار در واحد زمان انجام شود. حداکثر سود حاصل از اجرا چقدر می باشد؟

i	1	2	3	4	5	6	
g_i	20	15	10	7	5	3	الف. ۲۵ ب. ۳۷
d_i	3	1	1	3	1	3	ج. ۲۲ د. ۳۲

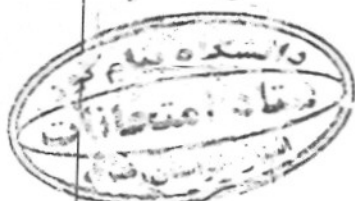
۱۷. در مساله حاصل جمع زیرمجموعه ها اگر $n=5$ و $W=21$ باشد، برای w_i های داده شده زیر چند جواب داریم؟
 $w_1=5, w_2=6, w_3=10, w_4=11, w_5=16$
الف. ۱
ب. ۲
ج. ۳
د. ۴

۱۸. فضای حالت (تعداد گره های درخت تصمیم گیری) در مسئله n وزیر کدام است؟

الف. $\frac{n^{n+1}-1}{n+1}$ ب. $\frac{n^{n-1}+1}{n+1}$ ج. $\frac{n^{n+1}+1}{n-1}$ د. $\frac{n^{n+1}-1}{n-1}$

۱۹. مرتبه هزینه محاسبه ضریب چند جمله ای بوسیله کدامیک از الگوهای حل زیر کمتر است؟
الف. تقسیم و حل (Divided and Conquer)
ب. حریصانه (Greedy)
ج. برنامه نویسی پویا (Dynamic Programming)
د. تکنیک عقبگرد (Backtracking)

۲۰. در کدام گزینه هر دو مساله ذکر شده در رده مسائل P قرار نگرفته اند؟
الف. رنگ آمیزی گرافها و فروشنده دوره گرد
ب. فروشنده دوره گرد و پیمایش گرافها
ج. درخت پوشای کمینه و حلقه هامیلتونی کمینه
د. مرتب سازی و پیمایش گرافها



نام درس: طراحی الگوریتمها

تعداد سوالات: نسی ۲۵ تکمیلی -- تشریحی ۸

نام بخش: فناوری اطلاعات و ارتباطات

زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۱۲۰ دقیقه

کد درس: ۲۶۲۱۶۰

تعداد کل صفحات: ۶

۲۱. برای مجموعه مسائل P و NP کدام گزینه صحیح است؟

- الف. $P = NP$ ب. $P \subseteq NP$ ج. $P \supseteq NP$ د. $P = \log NP$

۲۲. الگوریتم مساله کوله پشتی صفر و یک به روش برنامه نویسی پویا دارای چه هزینه ای می باشد؟

- الف. $\theta(n^2)$ ب. $\theta(n \log^2 n)$ ج. $\theta(n^2 \log^2 n)$ د. $\theta(2^n)$

۲۳. هزینه حل مساله کمترین تعداد ضرب داخلی برای ضرب زنجیری ماتریس ها، کدام است؟

- الف. $\frac{n(n-1)(n-2)}{2}$ ب. $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$
 ج. $\frac{n(n-1)(n+1)}{6}$ د. $\frac{n(n+1)(n-2)}{3}$

۲۴. در موارد زیر، تعداد مربوطه برابر $n-1$ امین عدد کاتالان (C_{n-1}) خواهد بود؟

- الف. تعداد روشهای که می توان با رسم قطرهای غیرمقاطع یک n ضلعی محدب را به $n-2$ مثلث تبدیل کرد.
 ب. تعداد روشهای مختلف پرانتز گذاری ضرب زنجیری n ماتریس.
 ج. تعداد درخت های جستجوی دودویی با n کلید متمایز.
 د. هر سه مورد فوق.

۲۵. الگوریتم زیر تعداد ضرب داخلی کمینه برای n ماتریس $(M_1 \times M_2 \times \dots \times M_n)$ را محاسبه می کند (ابعاد M_i برابر $d_{i-1} \times d_i$ است) به جای عبارت stmt کدامیک از گزینه ها قرار گیرد تا این الگوریتم صحیح کار کند؟

- الف. $q = m[i,k] + m[k+1, j] + d_{i-1} d_k d_j$
 ب. $q = m[j,k] + m[k+1, i] + d_{j-1} d_k d_i$
 ج. $q = m[i,j] + m[k+i, k+ j] + d_i d_j d_k$
 د. $q = m[k,i] + m[i, j] + d_i d_k d_j$
- ```

for i=1 to n do
 m[i, i]=0
for s=2 to n do
 for i=1 to n-s+1 do {
 j=i+s-1
 m[i, j]=∞
 for k=i to j-1 do {
 stmt
 if q < m[i, j] then m[i, j]=q
 }
 }

```



تعداد سوالات: ۲۵ تکمیلی -- تشریحی ۸  
 زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۱۲۰ دقیقه  
 تعداد کل صفحات: ۶

نام درس: طراحی الگوریتمها  
 نام بخش: فناوری اطلاعات و ارتباطات  
 کلاس: ۲۶۲۱۶۰

## سوالات تشریحی

## نکات مهم:

نکته اول: سوالات تشریحی در چهار بخش دسته بندی شده است.  
 نکته دوم: بایستی در هر بخش فقط به یک سوال پاسخ داده شود.

بخش اول: از دو سوال زیر فقط به یک سوال پاسخ دهید. (۱/۰ نمره)

۱. مفاهیم زیر در هر یک از روش های بازگشت به عقب و انشعاب و تحدید چگونه است؟ (هریک را در یک سطر شرح دهید)  
 الف. الگوی جستجو ب. مرتبه زمانی در بدترین حالت

۲. الف. در حالت کلی چگونه می توان گفت که الگوریتم حریصانه برای یک مساله جواب بهینه می دهد یا نه؟  
 ب. بر اساس تجربه چه خواصی در حل باید وجود داشته باشد تا خروجی بهینه باشد؟

بخش دوم: از دو سوال زیر فقط به یک سوال پاسخ دهید. (۱/۵ نمره)

۳. تابع هزینه بازگشتی زیر را در نظر گرفته و مرتبه آن را از طریق حل بدست آورید؟

$$T(n) = 2T(\sqrt{n}) + \log n$$

۴. مساله ضرب دو چند جمله ای زیر را به روش تقسیم و حل، تحلیل کنید و توابع تعداد ضرب های داخلی را بنویسید؟

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0 \quad Q(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x^1 + b_0$$

بخش سوم: از دو سوال زیر فقط به یک سوال پاسخ دهید. (۲/۰ نمره)

۵. فرض کنید متنی شامل حروف a, b, c, d, e, f باشد تعداد کاراکترهای این متن برابر با ۱۰۰ می باشد که در آن تعداد کاراکترها به صورت زیر می باشد. با استفاده از الگوریتم کد گذاری هافمن (Huffman Code) به موارد زیر پاسخ دهید؟

| کاراکترها   | a  | B  | c  | d  | e | f |
|-------------|----|----|----|----|---|---|
| تعداد تکرار | 45 | 13 | 12 | 16 | 9 | 5 |

الف. الگوریتم هافمن را روی نمونه فوق اعمال کنید و ضمن رسم درخت کد هافمن، کدهای بهینه مربوطه را بنویسید.  
 ب. الگوریتم هافمن برای کدگذاری بهینه جزء کدامیک از الگوهای حل مسئله است؟

نام درس: طراحی الگوریتمها

تعداد سوالات: فنی ۲۵ تکمیلی - تشریحی ۸

نام بخش: فناوری اطلاعات و ارتباطات

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۱۲۰ دقیقه

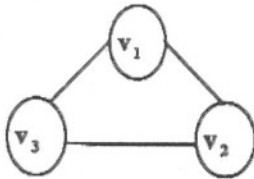
کد درس: ۲۶۲۱۶۰

تعداد کل صفحات: ۶

۶. گراف زیر را در نظر بگیرید:

الف. با استفاده از الگوری حل عقبگرد (Backtracking)، درخت فضای حالت آن را برای رنگ آمیزی با ۳ رنگ، با در نظر

گرفتن گره های امید بخش و گره های غیر امید بخش رسم کنید.

ب. برای گرافی با  $n$  گره و  $m$  رنگ برای رنگ آمیزی، تعداد گره های درخت فضای حالت را بدست آورید.ادامه سوالات تشریحی

بخش چهارم: از دو سوال زیر فقط به یک سوال پاسخ دهید. (۲/۵ نمره)

۷. برای مساله پیدا کردن کوتاهترین زیررشته مشترک دو رشته  $X = x_1x_2 \dots x_m$  و  $Y = y_1y_2 \dots y_n$  به موارد زیر پاسخ دهید؟الف. الگوریتم محاسبه طول طولانی ترین زیر رشته مشترک  $X$  و  $Y$  را بنویسید؟ب. الگوریتم را بر روی نمونه  $X=ABCDAB$  و  $Y=BDCABA$  اعمال کنید و جدول مربوطه را رسم و محاسبه کنید؟ج. تابعی بازگشتی برای چاپ طولانی ترین زیر رشته مشترک  $X$  و  $Y$  بنویسید؟

۸. در مورد الگوریتم مساله مرتب سازی سریع (Quick Sort) به موارد زیر پاسخ دهید؟

الف. الگوریتم مرتب سازی سریع به همراه زیربرنامه کمکی آن (Partition) بنویسید؟

ب. برای ورودی زیر با فرض اینکه ۱۷ عنصر محور است عمل محورگیری را برای ۱۷ انجام دهید؟

17, 20, 10, 25, 11, 8, 18, 23

ج. پیچیدگی زمانی الگوریتم در حالت متوسط را تحلیل کرده و بدست آورید؟

