

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



<http://egza.wordpress.com>

نام درس: آمار و احتمال ۲

شماره سوال: ۲۰ تکمیلی - تفریعی ۵

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی (محض و کاربردی) - علوم کامپیوتر ۲ - زمان امتحان: تشریحی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تفریعی ۶۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۳

کد درس: ریاضی: ۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر: ۱۱۱۷۰۷۸

* استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱. اگر X دارای چگالی احتمال $f(x)$ باشد، چگالی $g(y)$ ، برای $Y = |X|$ عبارت است از:
- الف. $f(y) - f(-y)$ ب. $2f(y)$ ج. $f(y) + f(-y)$ د. $2f(-y)$
۲. اگر X_1, X_2 مستقل یا توزیع نمایی با پارامترهای θ_1, θ_2 باشند توزیع $Y = X_1 + X_2$ وقتی $\theta_1 \neq \theta_2$ باشد عبارت است از:

الف. $f(y) = \frac{1}{\theta^2} ye^{-y/\theta}, y > 0$ ب. $f(y) = \frac{1}{\theta_1 - \theta_2} (e^{-y/\theta_1} - e^{-y/\theta_2}), y > 0$

ج. $f(y) = \frac{1}{\theta_1 - \theta_2} (e^{-y/\theta_1} + e^{-y/\theta_2}), y > 0$ د. هیچکدام

۳. اگر X_1, X_2 دارای نمایی با چگالی $\theta = 1$ باشند چگالی $Z = \frac{X_1}{X_1 + X_2}$ عبارت است از:

- الف. یکنواخت با $\beta = 1, \alpha = 0$ ب. گاما با $\beta = 1, \alpha = 1$ ج. نمایی با $\theta = 2$ د. هیچکدام

۴. اگر X دارای چگالی احتمال $f(x) = \begin{cases} \alpha x e^{-x^\alpha} & x > 0 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$ تابع توزیع $Y = X^2$ عبارت است؟

- الف. $G(y) = ye^{-y}, y > 0$ ب. $G(y) = e^{-y}, y > 0$ ج. $G(y) = 1 - e^{-y}, y > 0$ د. هیچکدام

۵. اگر $X_i \sim P(\lambda_i)$ باشد X_1, X_2 مستقل باشند، توزیع $Y = X_1 + X_2$ چیست؟

- الف. $P(\lambda_1 + \lambda_2)$ ب. نمایی با پارامتر $\lambda_1 + \lambda_2$ ج. گاما با پارامترهای λ_1, λ_2 د. هیچکدام

۶. اگر $X = \ln y$ دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد، چگالی Y

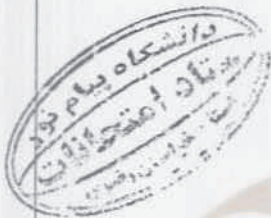
- الف. نرمال پارامترهای $(\ln \mu, \ln \sigma^2)$ ب. لاگ نرمال با پارامترهای (μ, σ^2) ج. نرمال با پارامترهای (μ, σ^2) د. لاگ نرمال با پارامترهای $(\ln \mu, \ln \sigma^2)$

۷. برای یک نمونه تصادفی X_1, \dots, X_n از جامعه نامتناهی با میانگین μ و واریانس σ^2 ، میانگین واریانس \bar{X} چقدر است؟

- الف. μ, σ^2 ب. $\mu, n\sigma^2$ ج. $n\mu, n\sigma^2$ د. $\mu, \frac{\sigma^2}{n}$

۸. طبق قانون اعداد بزرگ $p(|\bar{X} - \mu| < c)$ حداقل

- الف. $\frac{\sigma^2}{nc^2}$ ب. $1 - \frac{\sigma^2}{nc^2}$ ج. $1 - \frac{c^2}{n\sigma^2}$ د. $1 - \frac{nc^2}{\sigma^2}$



نام درس: آمار و احتمال ۲
 رشته تحصیلی: کارشناسی ریاضی (محض و کاربردی) - علوم کامپیوتر
 گرایش: ریاضی: ۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر: ۱۱۱۷۰۷۸
 تعداد کل صفحات: ۳

۱. اگر X_1, X_2 دارای توزیع نرمال χ^2 باشند، توزیع $X_1^2 + X_2^2$ چیست؟
 الف. $\chi^2(4)$ ب. $\chi^2(2)$ ج. نرمال با میانگین ۰ و واریانس ۲ د. $f(2,0)$
۱۰. با مفروضات مسئله ۷ و فرض نرمال بودن، $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ دارای توزیع
 الف. نرمال استاندارد ب. $\chi^2(n-1)$ ج. $\chi^2(n-1)$ د. $t(n-1)$
۱۱. اگر $X \sim \chi^2_\nu$ ، $P(X \geq c) = 1 - \alpha$ باشد در این صورت c برابر است با:
 الف. $\chi^2_{\alpha, \nu}$ ب. $\chi^2_{1-\alpha, \nu}$ ج. $\chi^2_{\alpha, \nu}$ د. $\chi^2_{1-\alpha, \nu}$
۱۲. با مفروضات مسئله ۱۰ $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$ دارای توزیع
 الف. $t(n-1)$ ب. $t(n-1)$ ج. نرمال استاندارد د. $t(n)$
۱۳. f_{α, ν_1, ν_2} برابر است با:
 الف. $f_{1-\alpha, \nu_1, \nu_2}$ ب. f_{α, ν_1, ν_2} ج. $f_{1-\alpha, \nu_1, \nu_2}$ د. $f_{1-\alpha, \nu_1, \nu_2}$
۱۴. اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع دو جمله ای باشد، کدام یک از موارد زیر یک آمار بسنده برای θ است.
 الف. \bar{X} ب. $\sum_{i=1}^n X_i$ ج. $\prod_{i=1}^n X_i$ د. الف و ب هر دو صحیح است
۱۵. برآورده کننده در ستمانی ماکسیمم θ برای یک توزیع نمایی با پارامتر θ چیست؟ (نمونه تصادفی به حجم n)
 الف. $\sum_{i=1}^n X_i$ ب. $\prod_{i=1}^n X_i$ ج. $\frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n-1}$ د. $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$
۱۶. W متغیر تصادفی مستقل دارای توزیع های دو جمله ای با پارامترهای $\theta, n=3$ در نظر بگیرید. اگر n_0 تا از آنها مقادیر n_1, n_2, n_3 تا مقدار n_4 تا مقدار n_5 تا مقدار n_6 را اختیار کنند از روش گشتاوری برآورد θ عبارت است از:
 الف. $\frac{n_1 + 2n_2 + 3n_3}{3}$ ب. $\frac{n_1 + 2n_2 + 3n_3}{3}$ ج. $\frac{n_2 + n_1 + 2n_2 + 3n_3}{3}$ د. $\frac{n_1 + 2n_2 + n_3}{3}$
۱۷. در سوال قبل برآورد θ به روش درستمانی ماکسیمم چگونه است؟
 الف. $\frac{n_1 + 2n_2 + 3n_3}{3}$ ب. $\frac{\sum_{i=1}^3 n_i}{3}$ ج. $\frac{n_2 + n_1 + 2n_2 + 3n_3}{3}$ د. $\frac{n_1 + 2n_2 + n_3}{3}$

نام درس: آمار و احتمال ۲
 رشته تحصیلی: کارشناسی ریاضی (محض و کاربردی) - علوم کامپیوتر
 گرایش: ریاضی: ۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر: ۱۱۱۷۰۷۸
 تعداد کل صفحات: ۳

۱۸. کدام عبارت صحیح نیست؟
 الف. روش درستمانی ماکسیمم دارای خاصیت ناوردایی است.
 ب. لزوماً برآوردهای درستمانی ماکسیمم یکتا هستند.
 ج. طبق خاصیت $\forall c \lim_{n \rightarrow \infty} P(|\hat{\theta} - \theta| < c) \rightarrow 1$ د. هیچکدام
۱۹. با توجه به اطلاعات زیر حد پائین یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای μ چقدر است؟
 $\bar{X} = 66/3$ $S = 8/4$ $t_{0.05, 11} = 2/0201$
 الف. ۶۲ ب. ۶۱ ج. ۶۰ د. ۷۱/۶
۲۰. توان آزمون عبارت است از:
 الف. $P_{H_0}(H_0)$ ب. $P_{H_1}(H_0)$ ج. $P_{H_1}(H_1)$ د. $P_{H_0}(H_1)$
- سوالات تشریحی:
۱. الف) اگر X_1, X_2 دارای توزیع یکنواخت با $B=1, \alpha=0$ و مستقل باشند توزیع $Y = X_1 + X_2$ را بیابید.
 ب) اگر $F(x)$ تابع توزیع X باشد، توزیع $Y = F(X)$ را بدست آورید.
۲. اگر تعداد دقیقی که پزشکی صرف معاینه بیماری می‌کند متغیری تصادفی باشد که دارای توزیع نمایی با پارامتر $\theta = 9$ است، احتمال آنکه پزشک حداقل ۲ دقیقه صرف معاینه ۲ بیمار کند چقدر است؟
۳. الف) قضیه حد مرکزی را بیان کنید.
 ب) صحت اتحاد زیر را ثابت کنید: $\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 + n(\bar{X} - \mu)^2$
۴. اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی به اندازه n از جامعه ای به صورت $F(x, \theta) = \begin{cases} r(\theta-x) & 0 < x < \theta \\ \theta^r & \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$ باشد برآورد کننده ای برای θ به روش گشتاوری ها بدست آورید.
۵. داده های زیر توزیع ارقامی هستند که در یک کنتور از تعداد ذره های خارج شده از یک ماده رادیواکتیو در ۱۰۰ فاصله زمانی ۴۰ ثانیه ای ثبت شده اند. آیا داده ها تشکیل یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال یا $\mu = 20, \sigma = 5$ را می دهد؟ (در سطح ۵ درصد آزمون کنید)
- $\chi^2_{0.05, 9} = 12/59$

فراوانی	تعداد ذرها
۱	۵-۹
۱۰	۱-۱۲
۳۷	۱۵-۱۹
۲۶	۲۰-۲۴
۱۲	۲۵-۲۹
۲	۳۰-۳۴
۱	۳۵-۳۹