

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



www.egza.tk

نام نرس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی صنایع

کد نرس: ۲۶۴۲۵۱

۸ / ۱ / ۱۶

تعداد سؤالات: فنی ۳۰ تکمیلی - تشریحی -

زمان امتحان: فنی و تکمیلی ۱۰۰ دقیقه تشریحی -

تعداد کل صفحات: ۴

استفاده از ماشین حساب مجاز است

۱- تابع مولد گشتاورهای متغیر تصادفی X با تابع چگالی $f(x) = \frac{1}{\gamma} e^{-x/\gamma}$, $-\infty < x < \infty$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{t-1}$, $-1 < t < 1$ (۲) $\frac{1}{t^2-1}$, $-1 < t < 1$ (۳) $\frac{1}{1-t}$, $-1 < t < 1$ (۴) $\frac{1}{1-t^2}$, $-1 < t < 1$

۲- تابع چگالی توأم X و Y عبارت است از:

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x} & 0 < y < x < \infty \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

در این صورت $E[X|Y=y]$ کدام است؟

- (۱) $y-1$ (۲) $y + \frac{1}{y}$ (۳) $y+1$ (۴) $2y+1$

۳- اگر X_i ها دویهدو ناهمبسته بوده و دارای واریانس مشترک σ^2 باشند، حاصل عبارت $\text{cov}(\sum_{i=1}^{2n} X_i, \sum_{i=1}^{2n} (-1)^i X_i)$ برابر است با:

- (۱) صفر (۲) $-n$ (۳) n (۴) $2n$

۴- اگر متغیر تصادفی X دارای میانگین $\mu = 8$ و واریانس $\sigma^2 = 9$ باشد و $p = P(|X - 8| \geq 6)$ باشد، آنگاه طبق قضیه چیشف کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $p \geq \frac{1}{4}$ (۲) $p \leq \frac{3}{4}$ (۳) $p \geq \frac{3}{4}$ (۴) $p \leq \frac{1}{4}$

۵- متغیرهای تصادفی X و Y با تابع چگالی توأم $f_{X,Y}(x, y) = e^{-(x+y)}$; $x, y > 0$ کوواریانس بین X و Y با کدام گزینه برابر است؟

- (۱) $\frac{1}{y}$ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{x}$ (۴) $-\frac{1}{y}$

۶- متغیر تصادفی X دارای توزیع پارتو است اگر و تنها اگر چگالی احتمال آن به صورت $f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x^{\alpha+1}} & , x > 1 \\ 0 & , x \leq 1 \end{cases}$ باشد. $E[X^r]$ وجود دارد اگر باشد و با فرض $\alpha > 1$ $E[X]$ برابر است.

- (۱) r کوچکتر از α (۲) r کوچکتر از $\alpha - 1$ (۳) r کوچکتر از $\alpha + 1$ (۴) r بزرگتر یا مساوی α

۷- فرض کنید X یک عدد تصادفی از بازه $(0, 1)$ باشد. تابع احتمال بزرگترین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی nX یعنی $[nX]$ کدام است؟

- (۱) $P([nX] = i) = \frac{1}{n}; i = 1, \dots, n-1$ (۲) $P([nX] = i) = \frac{1}{n}; i = 0, 1, \dots, n-1$

- (۳) $P([nX] = i) = \frac{1}{n+1}; i = 0, 1, \dots, n$ (۴) $P([nX] = i) = \frac{1}{n+1}; i = 1, \dots, n$

۸- فرض کنید Z یک متغیر تصادفی نرمال استاندارد و α مقداری ثابت و مثبت باشد. به ازای چه مقداری از α $P(x < Z < x + \alpha)$ ماکزیمم می شود؟

- (۱) یک (۲) $\frac{\alpha}{\gamma}$ (۳) $-\frac{\alpha}{\gamma}$ (۴) صفر



نام درس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

تعداد سؤالات: فنی ۳۰ تکمیلی تشریحی

رشته تحصیلی: گرایش مهندسی صنایع

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۱۰۰ دقیقه تشریحی

کد درس: ۲۶۳۲۵۱

تعداد کل صفحات: ۴

۹- فرض کنید X یک متغیر تصادفی نرمال استاندارد باشد. $E[\sin X + X \cos X + \frac{X}{1+X^2}]$ کدام است؟

- (۱) یک (۲) صفر (۳) دو (۴) سه

۱۰- در توزیع گاما با پارامترهای (α, β) ، مد، m کدام است؟ (مد مقداری از توزیع است که به ازای آن تابع احتمال ماکزیم می‌شود)

- (۱) $m = (\beta - 1)(\alpha - 1)$ (۲) $m = \alpha\beta$
(۳) $m = \beta(\alpha - 1)$ (۴) $m = \alpha(\beta - 1)$

۱۱- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n متغیرهای تصادفی مستقل برنولی با پارامتر p باشند. در این صورت مقدار امید ریاضی $E[(X_1 + X_2 + \dots + X_n)^2]$ کدام است؟

- (۱) $np(1-p+np)$ (۲) $(p+p^2+\dots+p^n)^2$ (۳) $np(\frac{1-p^n}{1-p})^2$ (۴) $n(p+p^2+\dots+p^n)^2$

۱۲- اگر $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ ، $-\infty < x < \infty$ باشد، در این صورت تابع چگالی احتمال $Y = \frac{1}{X}$ تعریف شده است

عبارت است از:

- (۱) $\frac{\pi}{1+(\frac{y}{\pi})^2}$ (۲) $\pi e^{-\pi x}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ (۴) $\frac{1}{\pi(1+y^2)}$

۱۳- سکه سالمی را $2n$ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال این که تعداد شیرها و خطها مساوی باشند برابر است با:

- (۱) $\frac{n!}{(2n)! 4^n}$ (۲) $\frac{n!}{(2n)! 2^n}$ (۳) $\frac{(2n)!}{(n!)^2 4^n}$ (۴) $\frac{(2n)!}{(n!)^2 2^n}$

۱۴- فرض کنید متغیر تصادفی X برای $x = 1, 2, 3, \dots$ دارای تابع چگالی $f(x) = (\frac{1}{2})^x$ باشد. در این صورت تابع چگالی $Y = (-1)^X$

عبارت است از:

- (۱) $f_Y(y) = \frac{1}{y}, y = 0, 1$ (۲) $f_Y(y) = \frac{1}{y}, y = 1, 2, 3, \dots$
(۳) $f_Y(y) = (\frac{1}{y})^{\ln y}, y = 1, 2, 3, \dots$ (۴) $f_Y(y) = \ln y, 0 < y < 1$

۱۵- متغیر تصادفی X دارای توزیع یکنواخت در فاصله $(0, 1)$ است. اگر $Y = a + (b-a)X$ باشد که a و b ثابت‌های دلخواه هستند، کدام عبارت صحیح است؟

- (۱) X و Y میانگین‌های مساوی دارند. (۲) Y دارای توزیع پیوسته یکنواخت در (a, b) است.
(۳) X و Y توزیع‌های یکسان دارند. (۴) X و Y مستقل‌اند.

۱۶- فرض کنید دو جامعه داریم که اولی دارای توزیع $N[\mu_1, \sigma_1^2]$ و دومی دارای توزیع $N[\mu_2, \sigma_2^2]$ است. از این دو جامعه به ترتیب نمونه‌هایی به اندازه n_1 و n_2 برمی‌داریم. فرض کنید S_1^2 و S_2^2 به ترتیب واریانس این نمونه‌ها باشند. در این صورت برای آزمون

فرض $H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$ در مقابل $H_1: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1$ ، آماره آزمون عبارتست از:

- (۱) $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ (۲) $F = \frac{(n_1 - 1)S_1^2}{(n_2 - 1)S_2^2}$ (۳) $F = \frac{S_2^2}{S_1^2}$ (۴) $F = \frac{(n_1 - 1)S_1^2}{(n_2 - 1)S_2^2}$

۱۷- اگر X مقداری از یک متغیر تصادفی نمایی باشد و فاصله $(0, kX)$ یک فاصله اطمینان $(1-\alpha)$ ۱۰۰٪ برای پارامتر (میانگین) توزیع نمایی باشد، k برابر است با:

- (۱) $\ln(1-\alpha)$ (۲) $\frac{1}{\ln(1-\alpha)}$ (۳) $-\frac{1}{\ln(1-\alpha)}$ (۴) $\ln(\alpha - 1)$



نام درس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

تعداد سؤال: ۳۰ نمره کلی: ۳۰ نمره

رشته تحصیلی: مهندسی صنایع

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۱۰۰ دقیقه

کد درس: ۲۶۴۲۵۱

تعداد کل صفحات: ۲

۱۸- متغیر تصادفی X توزیع نرمال با میانگین مجهول μ دارد. یک فاصله اطمینان ۹۵ درصد، به صورت $[3/72, 7/12]$ برای μ ارائه شده است. بدین ترتیب، مقدار بدست آمده برای میانگین نمونه برابر است با:

(۲) $1/70$

(۱) اطلاعات داده شده برای تعیین میانگین نمونه کافی نیست.

(۴) $5/42$

(۳) $3/40$

۱۹- برای آزمون تساوی واریانس دو جامعه نرمال و مستقل با استفاده از فاصله اطمینان برای نسبت واریانس در سطح $\alpha = 0.05$ ، فرض برابری واریانس رد شده است. کدام فاصله اطمینان زیر نمی تواند فاصله مذکور باشد؟ (نیازی به استفاده از جدول نمی باشد)

(۴) $(0.9, 0.95)$

(۳) $(0.9, 2)$

(۲) $(0.1, 0.8)$

(۱) $(0.2, 0.99)$

۲۰- متغیر تصادفی X توزیع نرمال با پارامترهای نامعلوم μ و σ مفروض است. به منظور آزمون فرض دوطرفه $H_0: \sigma = 2$ نمونه تصادفی X_1, X_2, X_3 را می گیریم و متغیر تصادفی $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ تعریف می کنیم. در این صورت آماره مناسب برای آزمون فرض H_0 عبارتست از

(۴) $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$

(۳) $\frac{nS^2}{\sigma^2}$

(۲) $\frac{3S^2}{4}$

(۱) $\frac{S^2}{2}$

۲۱- در توزیع نمونه گیری میانگین از یک جامعه نرمال (σ مجهول) اگر n کوچک باشد، می توان آزمون فرض $\mu = \mu_0$ را بر اساس کدام آماره زیر بنا نهاد؟

(۴) $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

(۳) $\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$

(۲) $t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$

(۱) $t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma}$

۲۲- یکی از موارد استفاده از جدول های توافقی عبارتست از:

(۲) آزمون های مربوط به نسبت واریانس ها

(۱) آزمون نیکویی برازش

(۴) آزمون استقلال

(۳) آزمون های مربوط به تفاضل میانگین ها

۲۳- در یک نمونه ضریب زاویه خط رگرسیون Y نسبت به X برابر 0.6 و ضریب زاویه خط رگرسیون X نسبت به Y برابر 0.7 است. درصد تغییرات Y که بوسیله X قابل بیان است عبارتست از:

(۴) 58%

(۳) 51%

(۲) 42%

(۱) 36%

۲۴- اگر رابطه Y با X در جامعه با $Y = \alpha + \beta X + \varepsilon$ نمایش دهیم به طوری که ε جمله خطا و a و b به ترتیب برآوردگرهای کمترین مربعات α و β باشند، آنگاه $cov(a, b)$ برابر است با:

(۴) $\sigma^2 \left[\frac{1}{n} - \frac{\bar{X}^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \right]$

(۳) $\frac{-\bar{X}\sigma^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$

(۲) $\sigma^2 \left[\frac{1}{n} - \frac{\bar{X}^2}{\sum X_i^2} \right]$

(۱) $-\frac{\bar{X}}{\sum X_i^2} \sigma^2$

۲۵- اگر $0 < y < x$ ، $f(x, y) = ke^{-x}$ را در نظر بگیریم، رگرسیون Y نسبت به X کدام است؟

(۴) $\frac{X}{2}$

(۳) X^2

(۲) $X + 1$

(۱) X

۲۶- داده های زیر را در نظر بگیرید:

x	-۴	-۴	-۳	۳	۴	۴
y	0.5	-0.6	-0.5	-0.5	-0.5	-0.6

اگر $x^* = \frac{x}{10}$ ، $y^* = 10y$ را تعریف کنیم و r و r^* به ترتیب نمایانگر ضریب همبستگی (x, y) و (x^*, y^*) باشند کدام گزینه درست است؟

(۴) $r^* = \frac{1}{10}r$

(۳) $r^* = 10r$

(۲) $r^*r = 1$

(۱) $r^* = r$



تعداد سؤالات: نسی ۳۰ تکمیلی تشریحی
 زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۱۰۰ دقیقه تشریحی
 تعداد کل صفحات: ۲

نام نرس: کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع
 رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی صنایع
 کد نرس: ۲۶۲۲۵۱

۲۷- در رابطه رگرسیونی $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$ اگر ε_i میزان خطا باشد و $\sum_{i=1}^n Y_i^2 = 10n$ ، $\sum_{i=1}^n Y_i = 2n$ ، $\sum_{i=1}^n X_i^2 = n$ ، $\sum_{i=1}^n X_i = 0$ و

باشند، برآورد $(\alpha - \beta)$ کدام است؟

- (۱) -۱۰ (۲) -۷ (۳) -۲ (۴) ۱

۲۸- برای آزمون $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ در مقابل «نقی H_1 »: « H_0 » خلاصه اطلاعات به شرح زیر است. برآورد میانگین کل و درجه آزادی

SSE کدام است؟ (به ترتیب از راست به چپ)

	۱	۲	۳
اندازه نمونه n_j	۲	۳	۴
میانگین گروه $\bar{X}_{.j}$	۴	۲	۱
برآورد ناریب واریانس گروه $S_{.j}^2$	۲	۲	۱

(۱) $4, \frac{9}{7}$

(۲) $5, \frac{7}{9}$

(۳) $9, 1/5$

(۴) $6, 2$

۲۹- در تجزیه و تحلیل واریانس برای مقایسه میانگین سه جامعه، اطلاعات زیر در دست است:

جامعه	۱	۲	۳	۴
اندازه نمونه	۴	۳	۶	۵
میانگین نمونه	۳	۴	۲	۵
انحراف معیار نمونه	۱	1/5	1/2	2

در این صورت مقدار SSE (مجموع مربعات خطاها) برابر است با:

(۴) $\frac{85}{9}$

(۳) $\frac{85}{12}$

(۲) $\frac{51}{9}$

(۱) ۵۱

۳۰- جدول ناقص زیر در زمینه تحلیل واریانس ارائه شده است:

F	میانگین مربعات	درجه آزادی	مجموع مربعات	منبع تغییرات
۱		۲	۱۲	رفتارها (طرز عملها)
			۱۸	خطا
			۳۰	جمع

در جدول فوق، چند رفتار (تیمار یا طرز عمل) مورد مقایسه قرار داشته است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۳

(۱) ۲

