

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



www.egza.tk

نام درس: معادلات دیفرانسیل

نام بخش: مهندسی اجرایی

کلاس: ۲۶۳۱۲

۸۲/۱۱/۹
۸۱۳۰

تعداد سؤالات: نفي ۲۰ تکميلي ۵
زمان امتحان: نفي و تکميلي ۵۰ نفي ۷۰
تعداد کل صفحات: ۲

۱. معادله دیفرانسیل $(x^r y - 4xy)dx - (xy^r + 5x)dy = 0$ است.

الف. خطی ب. متجانس ج. جداشدنی د. برنولی

۲. معادله $(y - x + 1)y' = y - x$ پس از تغییر متغیر خطی $u = y - x + 1$ به چه شکل ساده خواهد شد؟

الف. $u' = 2 - \frac{1}{u}$ ب. $u' = \frac{-1}{u}$ ج. $u' = \frac{1}{u}$ د. $u' = 1 + \frac{1}{u}$

۳. جواب عمومی معادله $xy^r dx + (1 + y^r)(1 - x^r)dy = 0$ کدام است؟

الف. $y \ln|1 - x^r| + r(1 - y^r) = c$ ب. $-y \ln|1 - x^r| + y^r - 1 = c$

ج. $\frac{-y}{r} \ln|1 - x^r| + y^r - 1 - cy = 0$ د. $y \ln|1 - x^r| + (1 - y^r) = cy$

۴. معادله $y' = \frac{rx}{y + x^r y}$ داده شده است. ساده ترین راه حلی که با این شکل به نظر می رسد، کدام است؟

الف. برنولی نسبت به x ب. برنولی نسبت به y ج. خطی نسبت به y د. خطی نسبت به x

۵. معادله $\frac{dy}{dx} = \frac{ry + \sqrt{x^r - y^r}}{rx}$ داده شده است. پس از اعمال تغییر متغیر $v = \frac{y}{x}$ صورت ساده شده معادله جدید کدام خواهد بود؟

ب. $\frac{dv}{dx} = \frac{\sqrt{v^r - 1}}{x} - v$

الف. $\frac{dv}{dx} = \frac{r\sqrt{x^r - v^r}}{x}$

د. $\frac{dv}{dx} = \frac{\sqrt{1 - v^r}}{x} - x$

ج. $\frac{dv}{dx} = \frac{\sqrt{1 - v^r}}{rx}$

۶. جواب عمومی معادله دیفرانسیل خطی مرتبه اول $y' + ry = x^r e^{-x}$ کدام است؟

الف. $(x^r - rx + r)e^{-rx} + ce^{rx}$ ب. $(x^r - rx + r)e^{-x} + ce^{-rx}$

ج. $(-x^r + rx - 1)e^{-rx} + ce^{-x}$ د. $(x^r - rx - r)e^{-x} + ce^{-rx}$

۷. عامل انتگرال‌ساز برای معادله $(y''' + xy^r + y)dx + (x''' + x^r y + x)dy = 0$ کدام است؟

ب. $\rho = \frac{1}{x^r y^r}$

الف. $\rho = e^{xy}$

د. $\rho = (xy)^r$

ج. $\rho = \frac{1}{(xy)^r}$



۸. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $yy'' + y'^2 = 0$ کدام است؟

ب. $\ln y = c_1 x^2 + c_2 x$

الف. $\ln y = c_1 x + c_2$

د. $\frac{y'}{y} = c_1 x + c_2$

ج. $y' = c_1 x^2 + c_2 x$

۹. خانواده مسیره‌های متعامد بر دسته منحنی‌های $x^3 = 3(y - c)$ کدام است؟

ب. $y(x - 3) = k$

الف. $y(x - k) = 1$

د. $x(y - k) = 1$

ج. $x(y - 3) = k$

۱۰. معادله خطی مرتبه سومی که جواب عمومی آن $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x} + c_3$ باشد، کدام است؟

ب. $y''' - y'' = 0$

الف. $y''' - y' = 0$

د. $(y'' - y)y' = 0$

ج. $y'(y'' - y') = 0$

۱۱. جواب عمومی معادله غیرهمگن $y'' - 2y' - 3y = -1 - 9x^2$ کدام است؟

ب. $y = c_1 e^{-3x} + c_2 e^x - 3x^2 + 4x + 5$

الف. $y = c_1 e^{-3x} + c_2 e^x + x^2 - 4x + 1$

د. $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-x} - 3x^2 + x - 5$

ج. $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-x} + 3x^2 - 4x + 5$

۱۲. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y'' + y = \operatorname{tg} x \sec x$ کدام است؟

الف. $y = (\ln|\cos x| + c_1) \cos x + \left(\frac{-x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + c_2\right) \sin x$

ب. $y = \left(\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + c_1\right) \cos x + (\ln|\csc x| + c_2) \sin x$

ج. $y = (\ln|\sec x| + c_1) \cos x + \left(\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + c_2\right) \sin x$

د. $y = \left(\frac{-x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + c_1\right) \cos x + (\ln|\sec x| + c_2) \sin x$

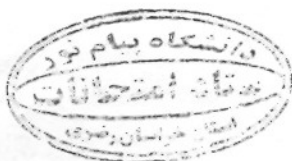
۱۳. جواب عمومی معادله $x^2 y'' + xy' - y = 0$ کدام است؟

ب. $c_1 x + \frac{c_2}{x}$

الف. $c_1 x^2 + \frac{c_2}{x^2}$

د. $c_1 x^2 + \frac{c_2}{x}$

ج. $c_1 x + \frac{c_2}{x^2}$



نام درس: معادلات دیفرانسیل

www.egza.tk

نام بخش: مهندسی اجرایی

تعداد سوال: نسی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: نسی و تکمیلی ۵۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

کد درس: ۲۶۳۱۲

تعداد کل صفحات: ۲

۱۳. تابع $y_1 = e^x$ یک جواب از معادله $xy'' + (1-2x)y' + (x-1)y = 0$ است. جواب دوم این معادله کدام است؟

ب. $y_p = \frac{\ln x}{e^x}$

الف. $y_p = -e^x \ln x$

د. $y_p = \frac{e^x}{x \cdot \ln x}$

ج. $y_p = xe^x$

۱۵. جواب عمومی دستگاه معادلات $\begin{cases} y_1' = y_p \\ y_1' - y_2' = y_1 + y_2 \end{cases}$ کدام است؟

ب. $\begin{cases} y_1 = c_1 \cos x + c_2 \sin x \\ y_2 = c_2 \cos x - c_1 \sin x \end{cases}$

الف. $\begin{cases} y_1 = c_1 \cos x + c_2 \sin x \\ y_2 = c_2 \cos x + c_1 \sin x \end{cases}$

د. $\begin{cases} y_1 = c_1 \cos x - c_2 \sin x \\ y_2 = c_2 \cos x + c_1 \sin x \end{cases}$

ج. $\begin{cases} y_1 = c_1 \cos x - c_2 \sin x \\ y_2 = c_2 \cos x - c_1 \sin x \end{cases}$

۱۶. نقطه $X_0 = 0$ برای معادله $x^2(x^2 - 2)y'' + 2xy' - (x^2 - 2x)y = 0$ چه نوع نقطه ای است؟

الف. معمولی ب. معمولی نامنظم ج. منفرده نامنظم د. منفرده نامنظم

۱۷. معادله $(1-x)y'' + xy' - y = 0$ در نزدیکی نقطه $X_0 = 1$ با تغییر متغیر $X = x - X_0$ به چه شکلی ساده خواهد شد؟

ب. $Y'' - (X-1)Y' - Y = 0$

الف. $Y'' + (X+1)Y' - Y = 0$

د. $Y'' + (X-1)Y' + Y = 0$

ج. $Y'' - (X+1)Y' + Y = 0$

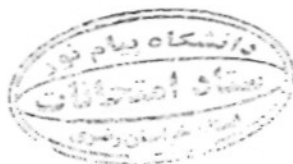
۱۸. جوابهای معادله $2x^2y'' + 5xy' + (1-x^2)y = 0$ در اطراف نقطه $X_0 = 0$ به شکل سری فروبی نوس هستند. توانهای شاخص این جوابها کدامند؟

ب. $S_1 = +1, S_2 = -2$

الف. $S_1 = \frac{-1}{2}, S_2 = -1$

د. $S_1 = 1, S_2 = \frac{-1}{2}$

ج. $S_1 = \frac{-1}{2}, S_2 = -2$



۱۹. حاصل تبدیل لاپلاس تابع $f(x) = xe^{-2x} \sin 3x$ کدام است؟

- الف. $\frac{6s}{(s^2 - 4s + 13)^2}$
- ب. $\frac{-6(s+2)}{s^2 + 4s + 13}$
- ج. $\frac{-6s}{s^2 - 4s + 13}$
- د. $\frac{6(s+2)}{(s^2 + 4s + 13)^2}$

۲۰. تبدیل لاپلاس تابع $f(x) = x \int_0^x e^{-t} \sinh(x-t) dt$ کدام است؟

- الف. $\frac{3s-1}{(s+1)^2(s-1)^2}$
- ب. $\frac{-3s+1}{(s+1)^2(s-1)}$
- ج. $\frac{3-s}{(s+1)^2(s-1)^2}$
- د. $\frac{3s+1}{(s+1)^2(s-1)^2}$

سئوالات تشریحی

۱. معادلات دیفرانسیل مرتبه اول زیر را حل کنید:

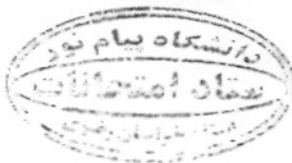
الف. $(y + y^r e^{rx}) dx - x dy = 0$

ب. $(\frac{rx}{y} - \frac{y}{x^r + y^r}) dx + (\frac{x}{x^r + y^r} - \frac{x^r}{y^r}) dy = 0$

۲. الف. معادله خانواده مسیرهای قائم بر دسته منحنی های $x^r - y^r = rcx$ را به دست آورید.

ب. معادله $y'' - y'' + yy''' = 0$ را حل کنید.

۳. الف. معادله دیفرانسیل $y'' - 3y' - 10y = x(1 - e^{-2x})$ را حل کنید.



ب. دستگاه معادلات دیفرانسیل $\begin{cases} y_1' = 3y_1 - 4y_2 + e^x \\ y_2' = y_1 - y_2 - e^x \end{cases}$ را حل کنید.

۴. جواب سری توانی معادله $(x^2 + 1)y'' - 4xy' + 4y = 0$ را در اطراف نقطه $x_0 = 0$ بیابید.

۵. معادله انتگرال $f'(x) = \sin x + \int_0^x f(x-t) \cos t dt$ را با شرط $f(0) = 0$ به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.